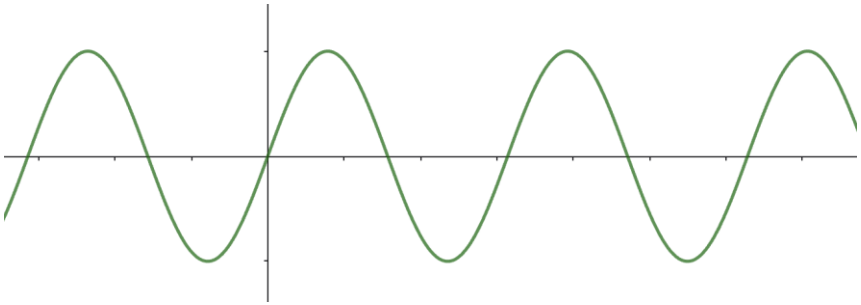
Växelström

Både växelspänning och växelström brukar representeras av en sinusfunktion, där toppvärdet är funktionens amplitud. För att få jämförbara värden med likström definierar man effektivspänning resp effektivström genom att dividera toppvärdena med roten ur 2. Effektivvärdena brukar betecknas med stor bokstav.

Funktioner: $u(t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega t)$ $i(t) = \hat{\imath} \cdot \sin(\omega t)$

Effektivvärden: $U = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$ $\mathrm{I} = \frac{\hat{\imath}}{\sqrt{2}}$

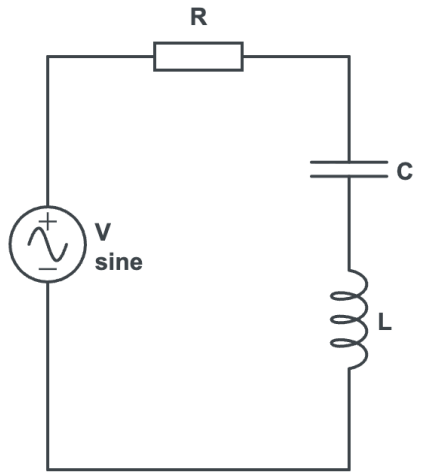
Den utvecklade effekten i ett motstånd blir $P = R \cdot I^2 = \frac{R \cdot \hat{\imath}^2}{2}$



Kondensator och spole i en växelströmskrets

Kondensatorn lagrar energi i ett elektriskt fält medan spolen (induktorn) lagrar energi i ett magnetfält. Som vi tidigare sett i fallet för likström måste kondensatorn laddas med ström innan spänningen byggs upp. På motsvarande sätt motverkar spolen en strömändring varför strömmen släpar efter spänningen. Det sker således en tidsförkjutning mellan ström och spänning i bägge komponenterna. Detta gör att både kondensator och spole beter sig annorlunda i en växelströmkrets där spänning och ström hela tiden växlar tecken.

I en kondensator ligger spänningen 90˚ efter strömmen och i en spole ligger spänningen 90˚ före strömmen. Motståndet i de bägge komponenterna är frekvensberoende och kallas reaktans och brukar betecknas X_C resp X_L.



$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad (= \frac{U_C}{I})$$

$$X_L = \omega L \quad (= \frac{U_L}{I})$$

RLC-krets och resonansfrekvens

Som elektroniska komponenter fungerar kondensatorn och spolen lite som varandras motsatser, vilket gör de intressanta att kombinera med varandra.

Som vi lärt oss från matematiken innebär multiplikation med det imaginära talet j en positiv fasförskjutning på 90˚ medan division istället en negativ fasförkjutning på 90˚. Om hänsyn tas till fasförskjutningen kan den totala impedansen i en RLC-krets därför beskrivas som:

$$Z = R + X_L + X_C = R + \mathrm{j}\omega\mathrm{L} + \frac{1}{j\omega C} = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$$

Vid en viss frekvens kommer spolen och kondensatorns impedans att släcka ut varandra så att den imaginära delen blir noll. Vi har då nått den så kallade resonansfrekvensen f_0:

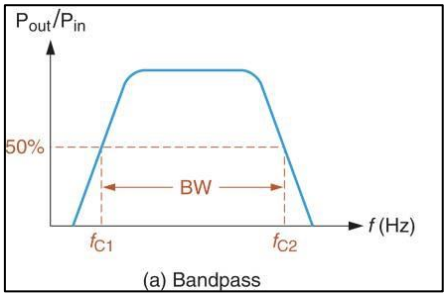
$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \quad \Rightarrow$$

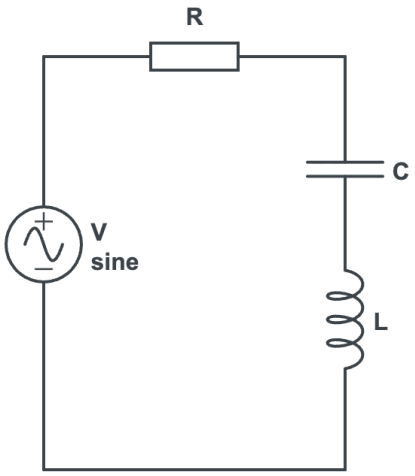
$$\omega^2 = \frac{1}{LC} \qquad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

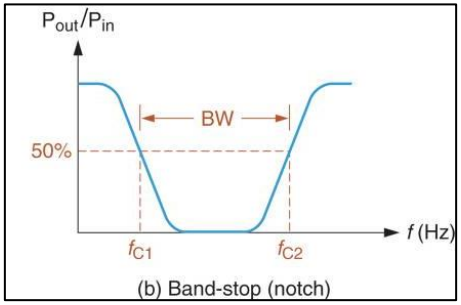
∗) För att inte förväxla med strömmen i används här istället j som symbol för den imaginära faktorn $\sqrt{-1}$

Bandpassfilter och bandspärrfilter

Om man läser av spänningen över resistansen i en RLC-krets erhåller man ett bandpassfilter kring resonensfrekvensen $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$. Läser man av spänningen över LC erhåller man i stället ett bandspärrfilter kring samma frekvens.







Fördjupning: Varför blir kondensatorn reaktans $X_C = \frac{1}{\omega C}$?

$$u(t) = \frac{q(t)}{C}$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{1}{C} \cdot \frac{dq}{dt} = \frac{1}{C} \cdot i(t)$$

$$u(t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega t - 90°)$$

(Spänningen ligger 90˚ efter strömmen i en kondensator)

$$i(t) = \hat{\imath} \cdot \sin(\omega t)$$

$$\frac{du}{dt} = \omega\hat{u} \cdot \cos(\omega t - 90°) = \omega\hat{u} \cdot \sin(\omega t)$$

Efter bortförkortning av sinusfunktionen fås:

$$\omega\hat{u} = \frac{1}{C}\hat{\imath}$$

$$X_C = \frac{\hat{u}}{\hat{\imath}} = \frac{1}{\omega C}$$

Fördjupning: Varför blir spolens reaktans $X_L = \omega L$?

$$u(t) = L \cdot \frac{di}{dt}$$

$$u(t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega t + 90°)$$

$$i(t) = \hat{\imath} \cdot \sin(\omega t)$$

(Spänningen ligger 90˚ före strömmen i en spole)

$$\frac{di}{dt} = \omega\hat{\imath} \cdot \cos(\omega t) = \omega\hat{\imath} \cdot \sin(\omega t + 90°)$$

Efter bortförkortning av sinusfunktionen fås:

$$\hat{u} = L \cdot \omega\hat{\imath}$$

$$X_L = \frac{\hat{u}}{\hat{\imath}} = \omega L$$