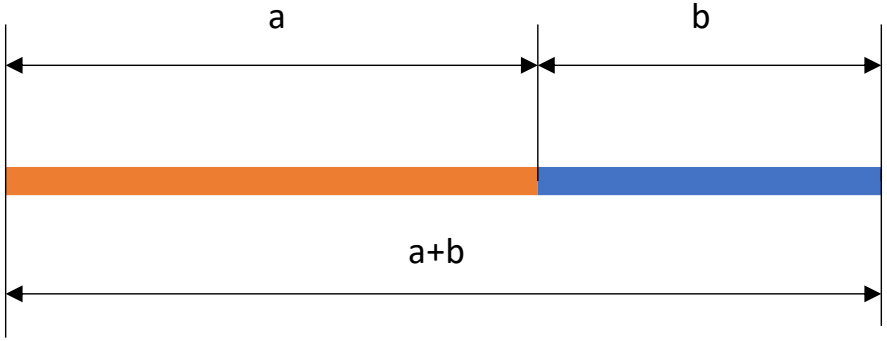
Gyllene snittet
(The golden ratio)



Jörgen Nilsson 2026

Talet ϕ (den gyllene kvoten)

$$\begin{cases} \phi = \dfrac{a+b}{a} \\ \phi = \dfrac{a}{b} \end{cases}$$



$$\phi = \frac{(a+b)\cdot\frac{1}{b}}{a\cdot\frac{1}{b}} = \frac{\frac{a}{b}+1}{\frac{a}{b}} = \frac{\phi+1}{\phi}$$

$$\phi\cdot\phi = \frac{\phi+1}{\phi}\cdot\phi \quad \Rightarrow \quad \phi^2 = \phi+1 \quad \Leftrightarrow \quad \phi^2-\phi-1=0$$

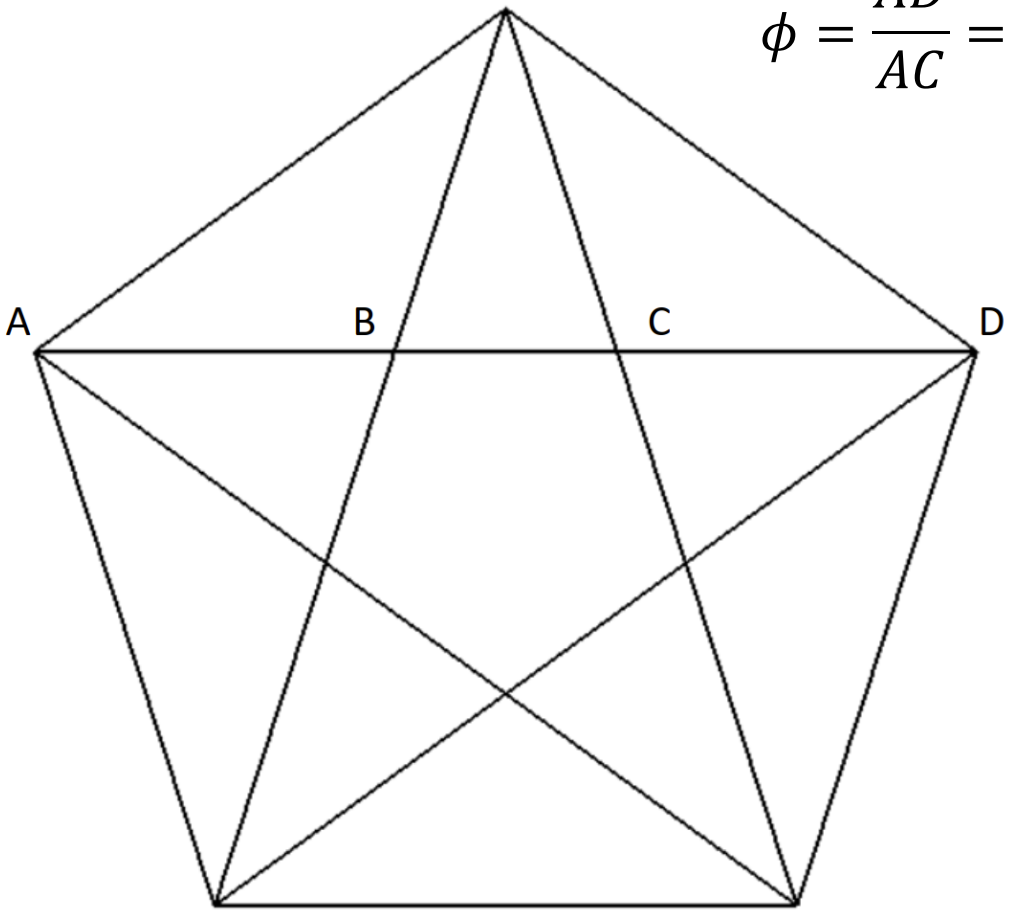
$$\phi_1 = \frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{4}+1} = \frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{4}{4}} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \mathbf{1.6180\ldots}$$

$$\phi_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2} = \mathbf{-0.6180\ldots} = 1-\phi_1 = -\frac{1}{\phi_1}$$

$$\phi \approx \mathbf{1.618}$$

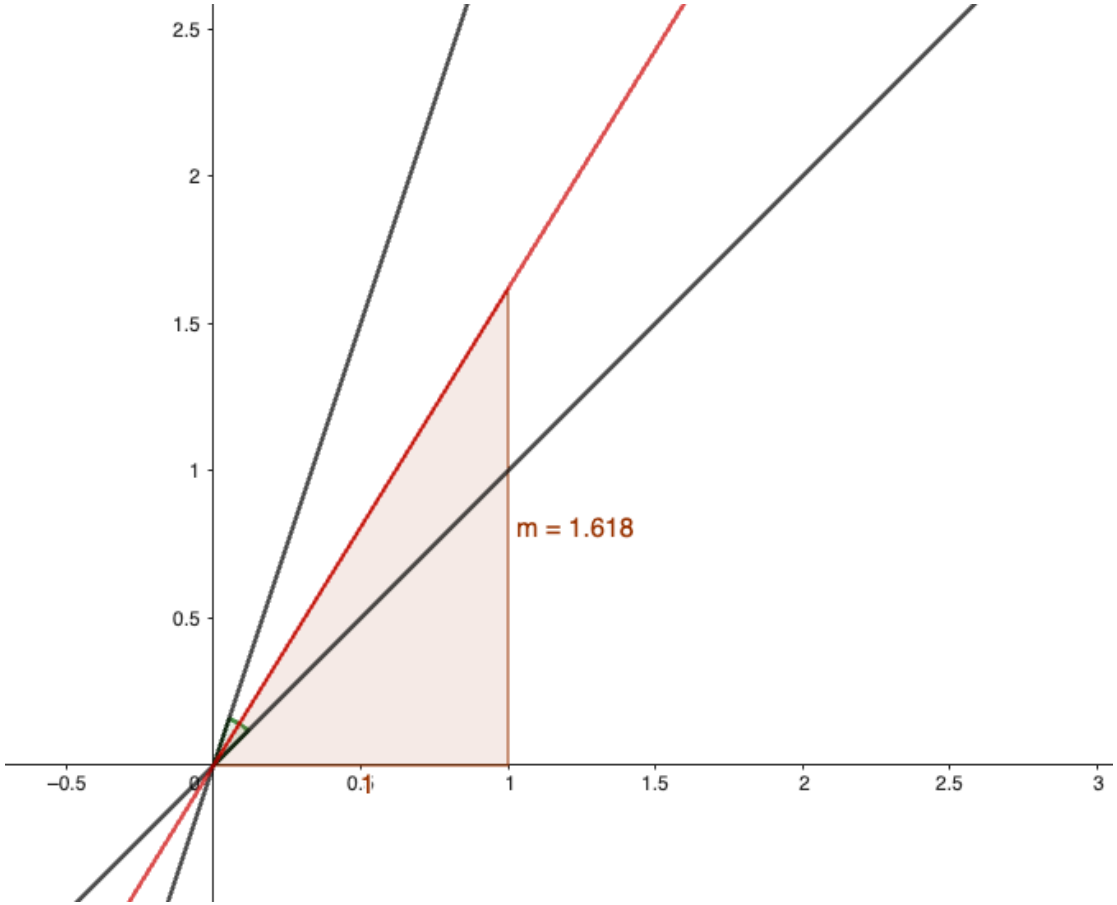
$$\frac{1}{\phi} \approx \mathbf{0.618}$$

Pentagon



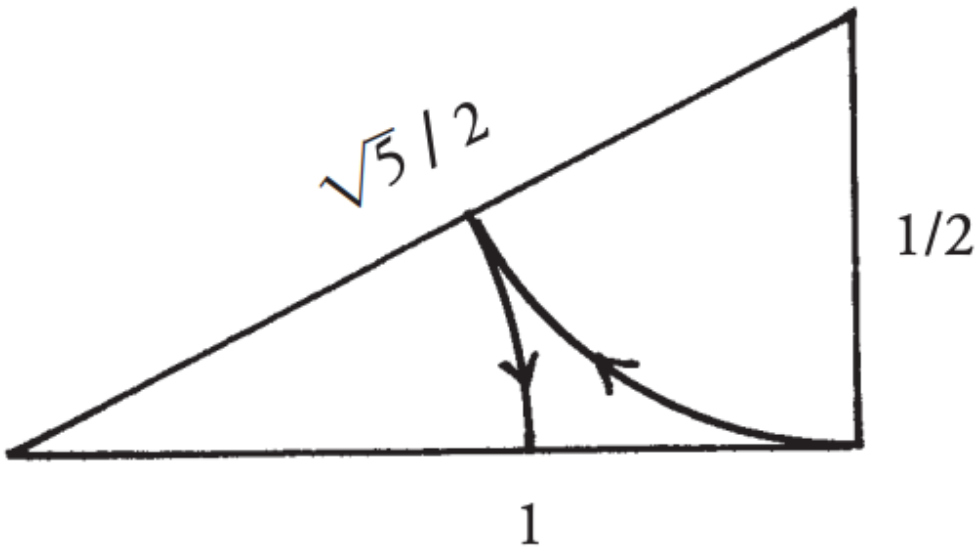
$$\phi = \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB} = \frac{AB}{BC} = \mathbf{1.618\ldots}$$

Räta linjens ekvation



Om man drar en bisektris mellan de räta linjerna $y = x$ och $y = 3x$ blir lutningen till den bisektrisen gyllene snittet ϕ = **1.6180...**

Konstruktion av gyllene snittet



Spetsen på en passare placeras i triangelns övre högra hörn och en båge dras från dess nedre högra hörn upp till hypotenusan. Spetsen placeras sedan i det vänstra hörnet och en ny båge dras från den förra linjens skärningspunkt med hypotenusan ned till triangelns bas. Basen är nu uppdelad enligt det gyllene snittet ϕ = **1.6180...**

Fibonaccis talserie

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, …



Leonardo av Pisa (1170-1250)
alias Fibonacci

$\frac{3}{2} = 1.5$

$\frac{5}{3} = 1.667$

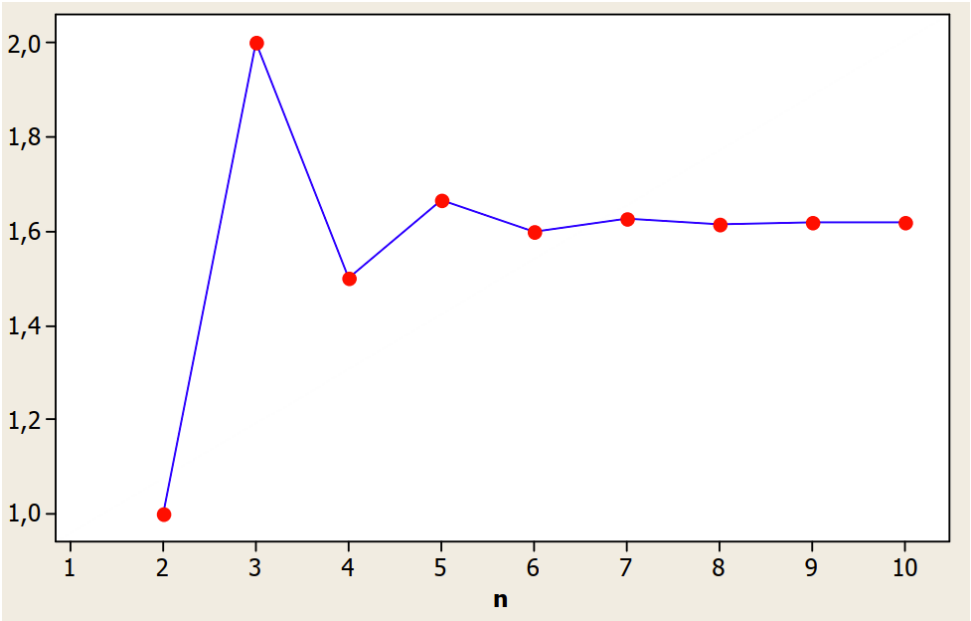
$\frac{8}{5} = 1.6$

$\frac{13}{8} = 1.625$

$\frac{21}{13} = 1.615$

$\frac{34}{21} = 1.619$

$\frac{55}{34} = 1.618$



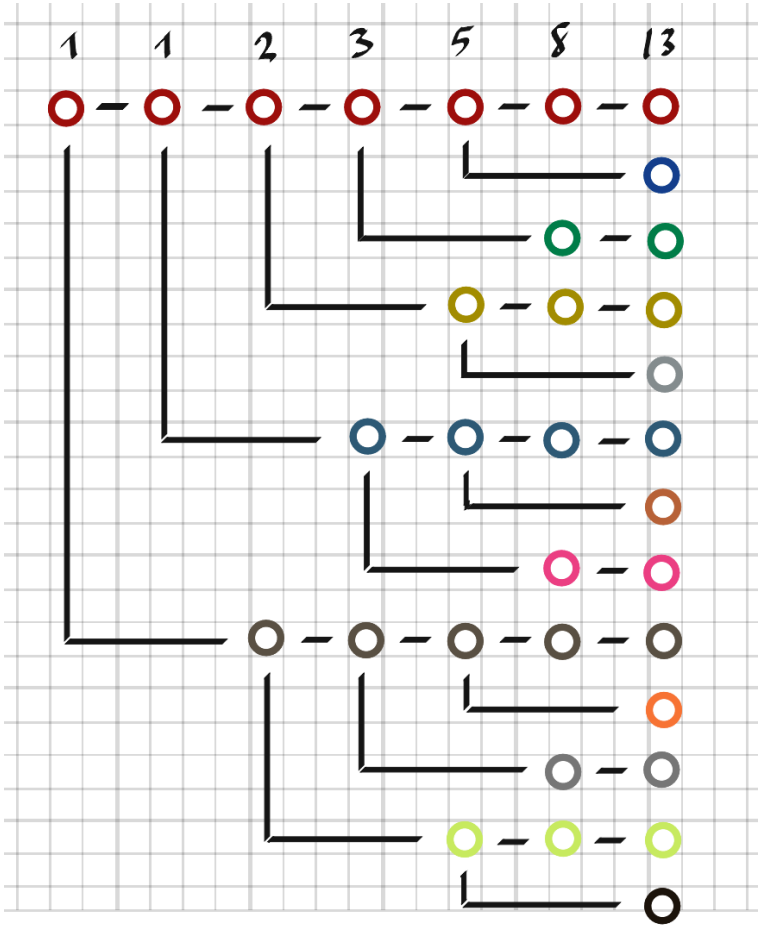
$$f(\mathrm{n}) = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right], \qquad n \geq 1$$

$$\lim_{n \to \infty} \frac{f(n)}{f(n-1)} = \mathbf{1.61803\ \ldots}$$

Fortplantning av kaniner

Fibonacci använde kaniners fortplantning i boken Liber Abaci (1202) för att beskriva sin talserie. Han antog då att ett kaninpar ger upphov till ett nytt kaninpar varje månad samt att inga kaniner dör.

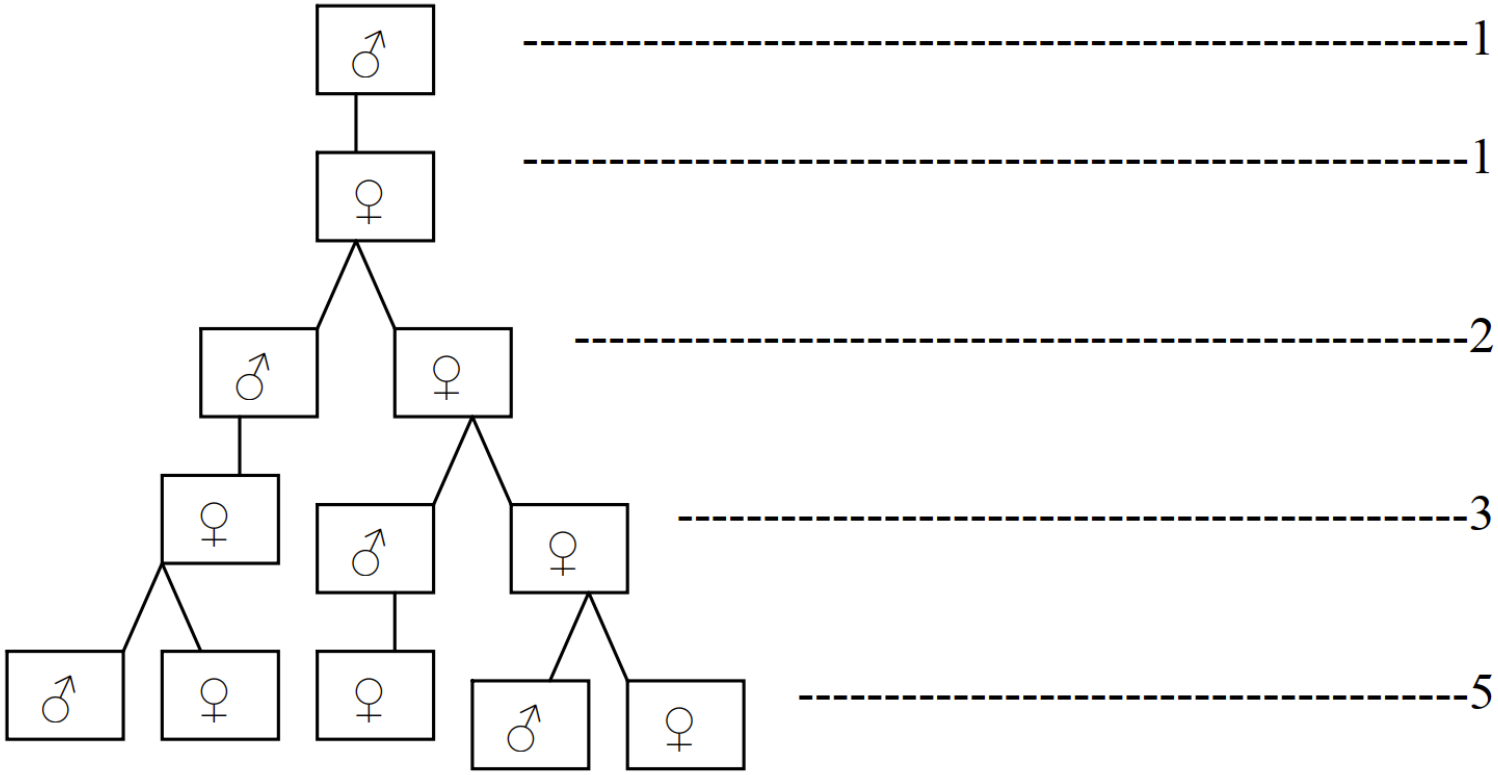




Släktträd för bin

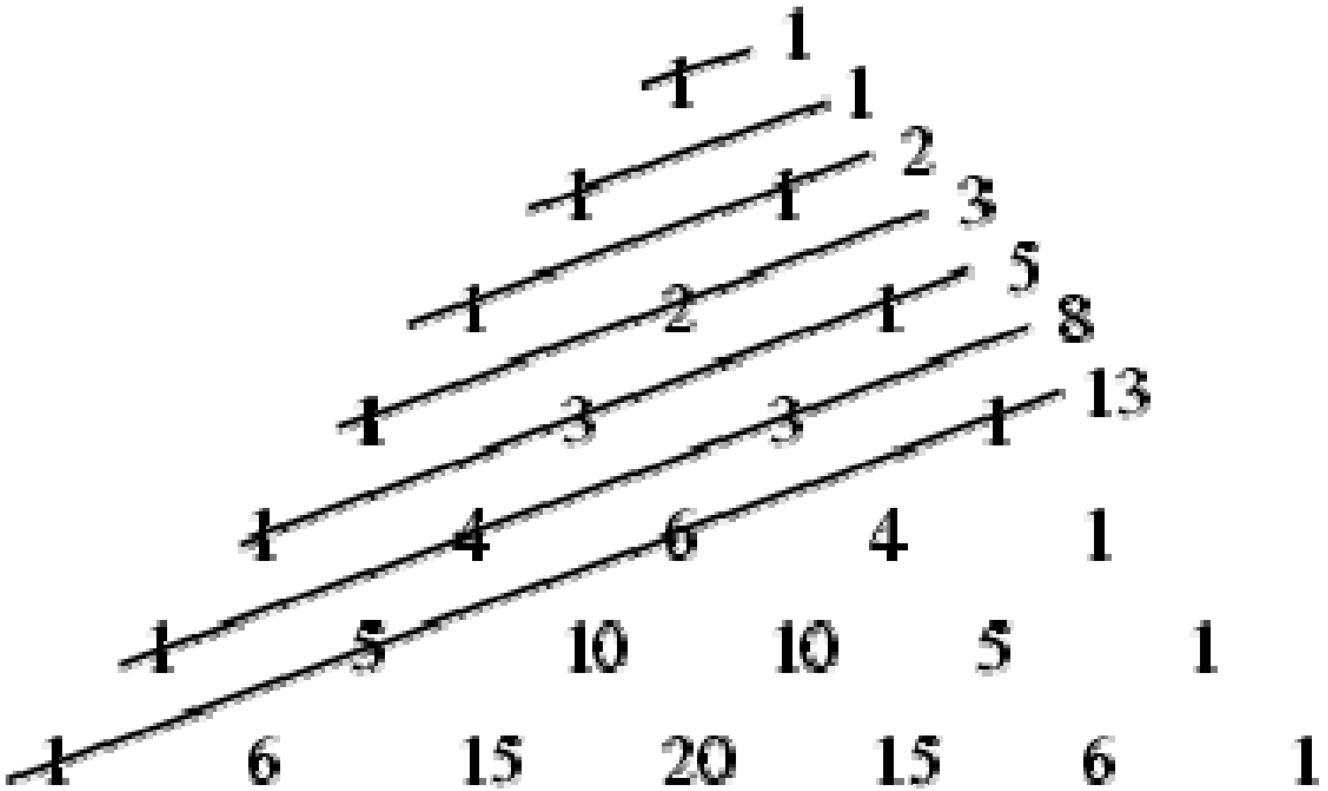


Hanbin kläcks ur obefruktade ägg, d v s de har en förälder.
Honbin kläcks ur befruktade ägg och har således två föräldrar.
Förökningen av bin följer således Fibbonaccis talserie 1, 1, 2, 3, 5, 8 o s v.



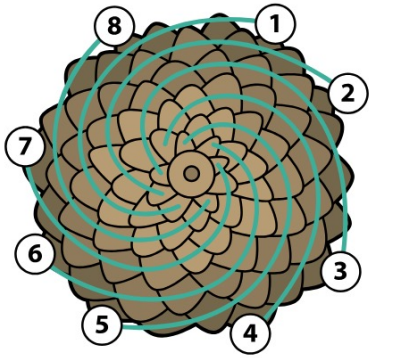
Pascals triangel

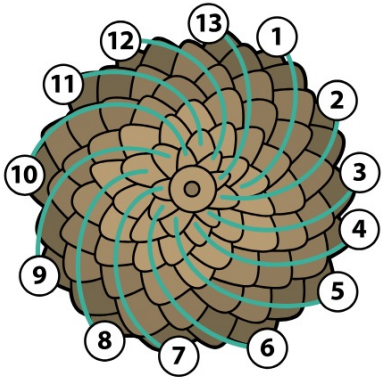
Summan av diagonalerna i Pascals triangel följer Fibonaccis talserie.



Kottar och en rad andra växter i naturen

Kottar såväl som solrosor, ananas m fl utvecklas som spiraler i enlighet med Fibbonaccis talserie 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13 o s v.
I exemplet nedan är antalet spiraler medurs 8 medan antalet moturs är 13.





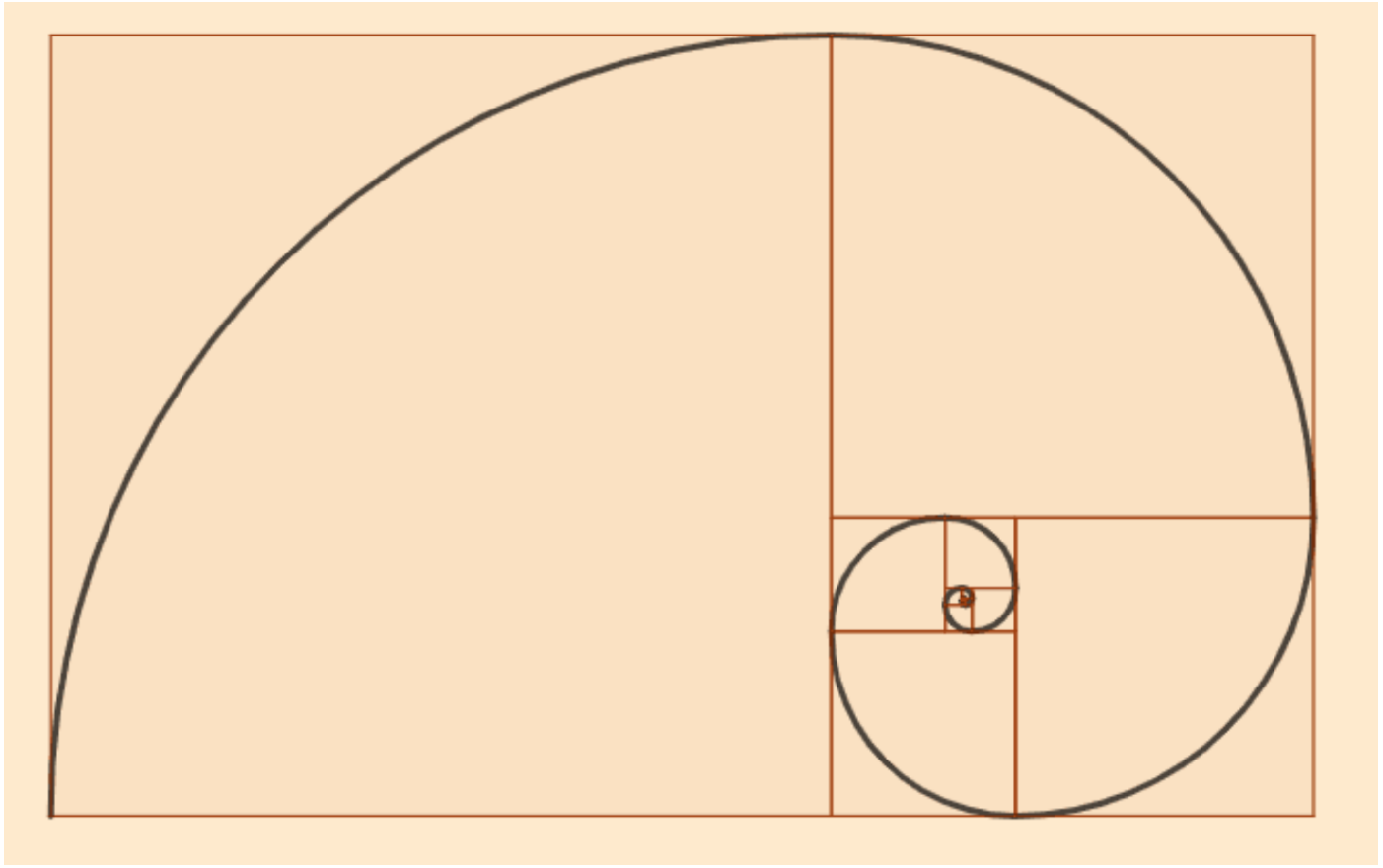


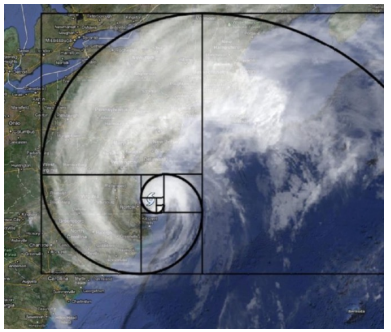
Den gyllene spiralen

Den gyllene spiralen skapas m h a rektanglar där längd/bredd-förhållandet i varje rektangel = **1.618…**



Pärlbåtssnäcka





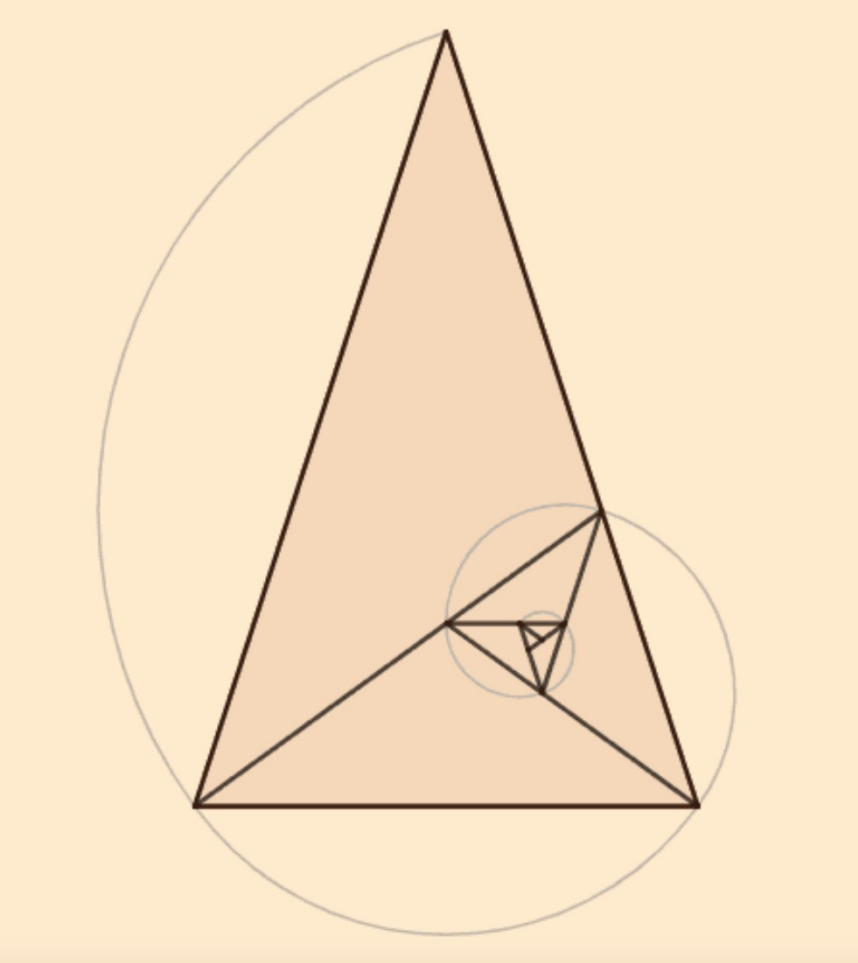
Stormen Irene

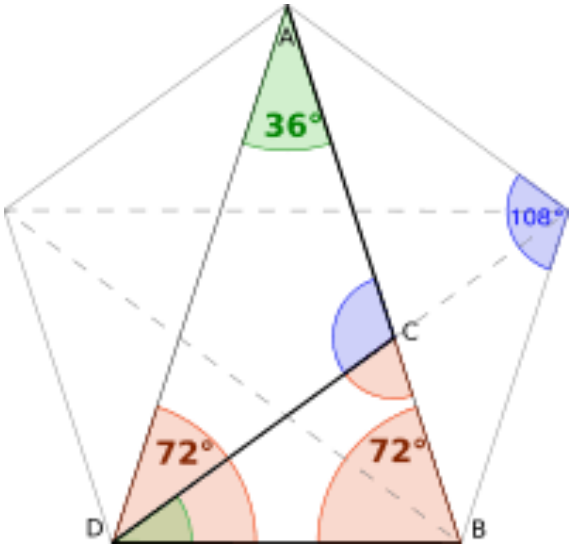


Galaxen Whirlpool

Den gyllene triangeln

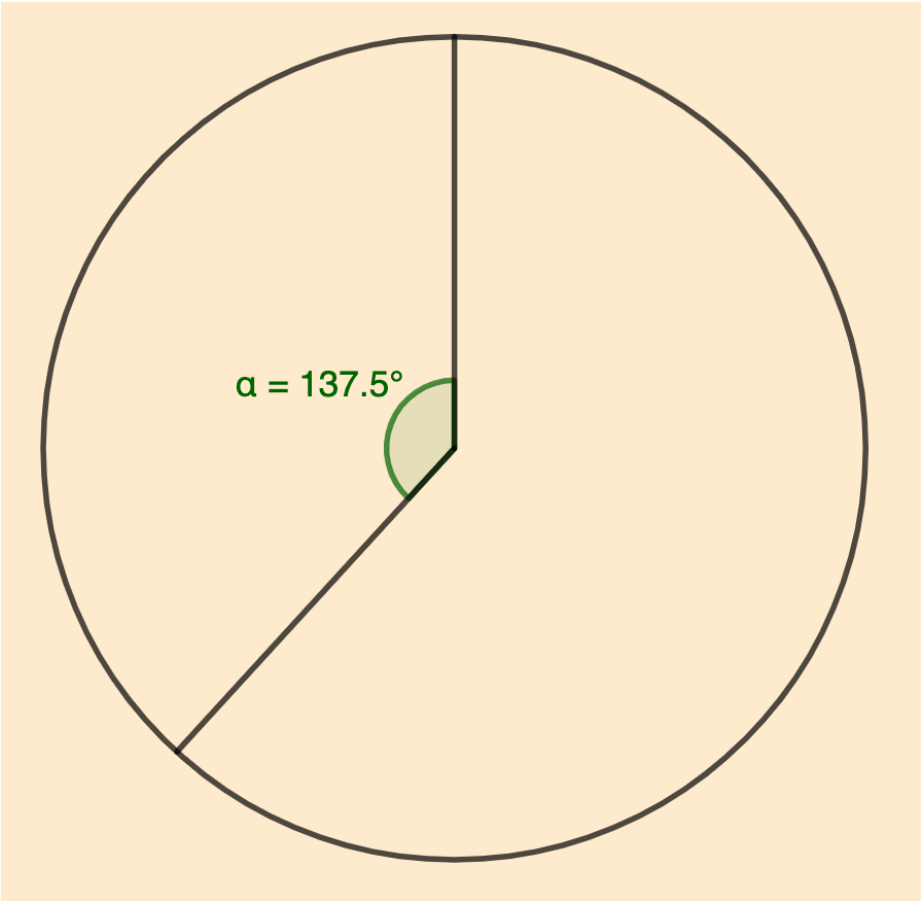
Den gyllene triangeln är en likbent triangel med basvinklarna 72 grader.
Delas triangelns ena långsida i förhållandet = **1.618…** erhålls en ny gyllene triangel.





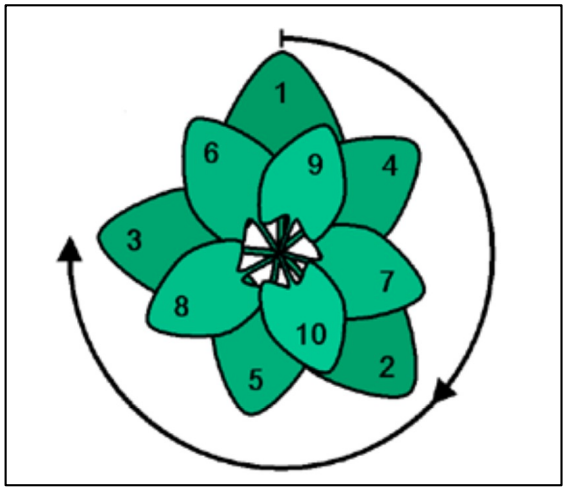
Den gyllene vinkeln

Om en cirkel delas i i förhållandet = **1.618…** fås den gyllene vinkeln 137.5 grader.



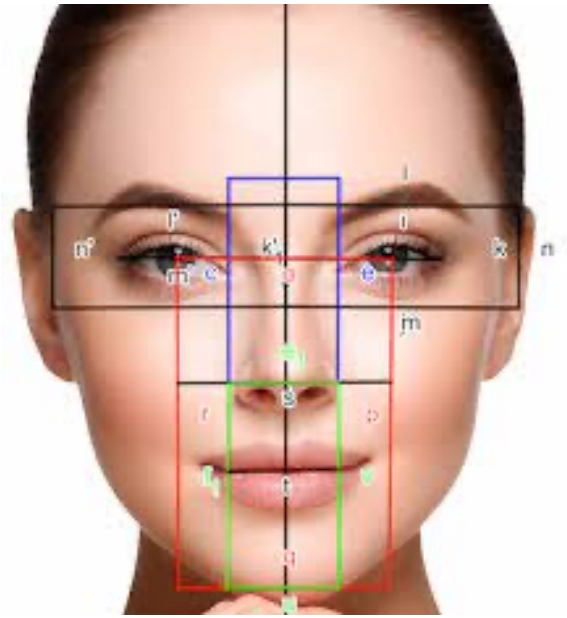


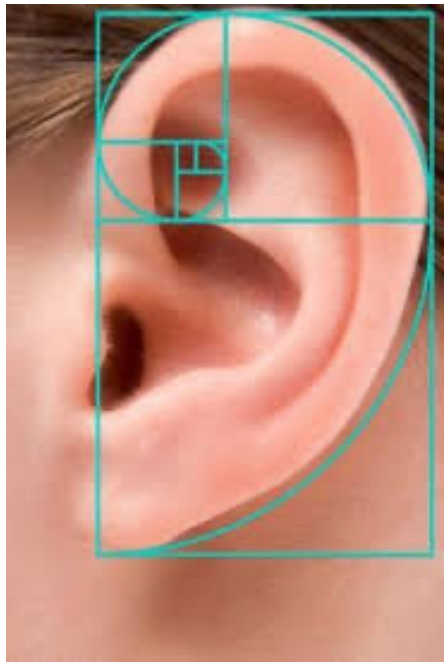
Kronbladens position hos exempelvis Tusensköna och många andra växter.

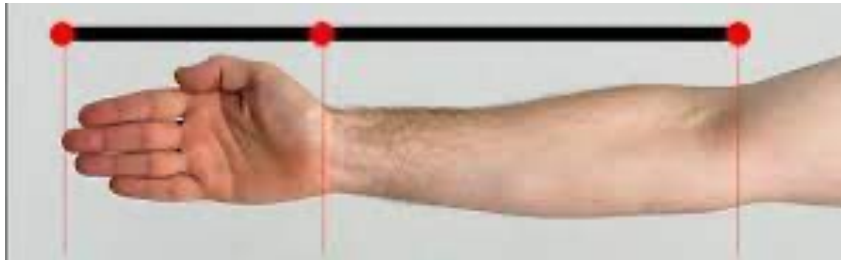


Det gyllene snittet och människan





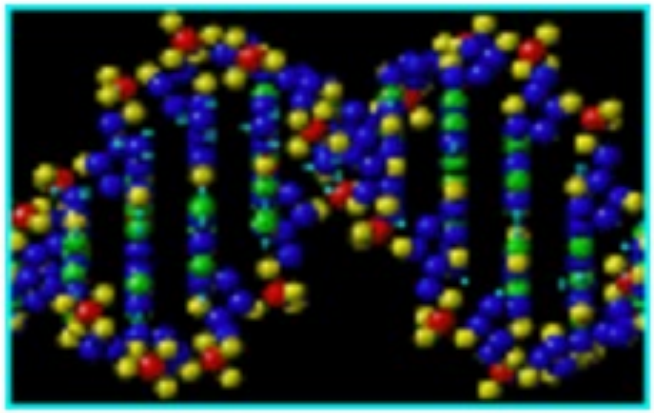




1 : 1.618

Det gyllene snittet och människan

DNA – spiral (en cykel)



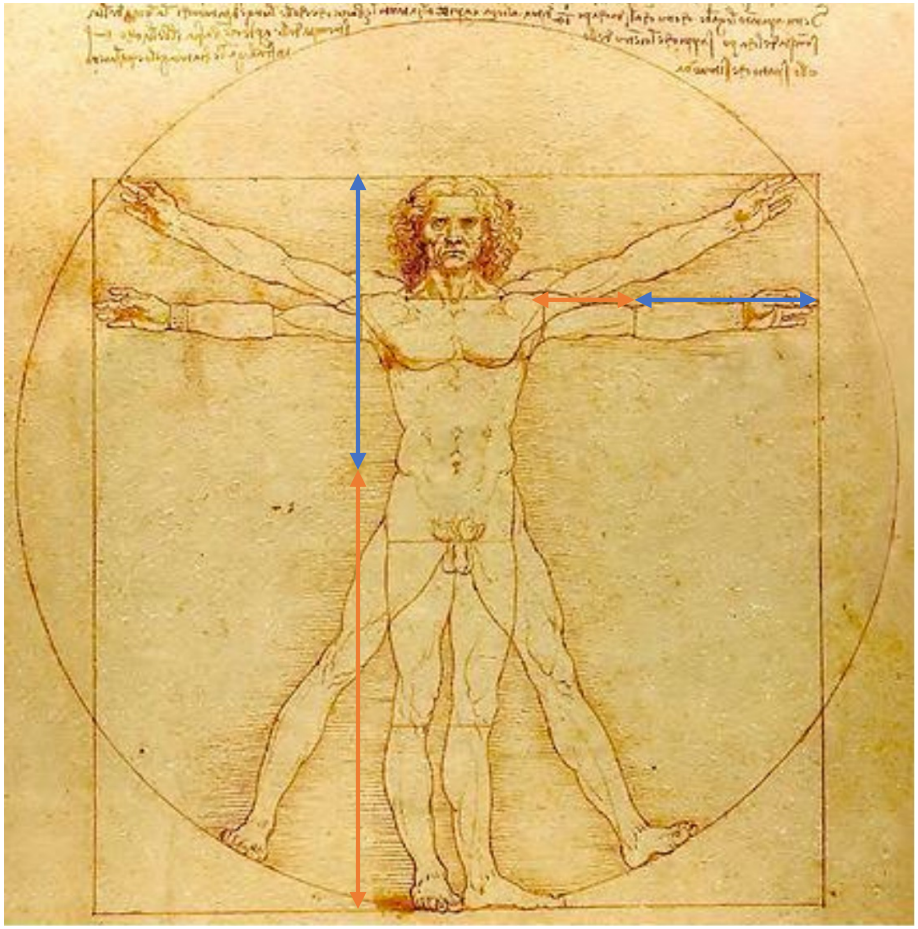
$L = 34Å = 34 \cdot 10^{-10}$ m

$B = 21Å = 21 \cdot 10^{-10}$ m

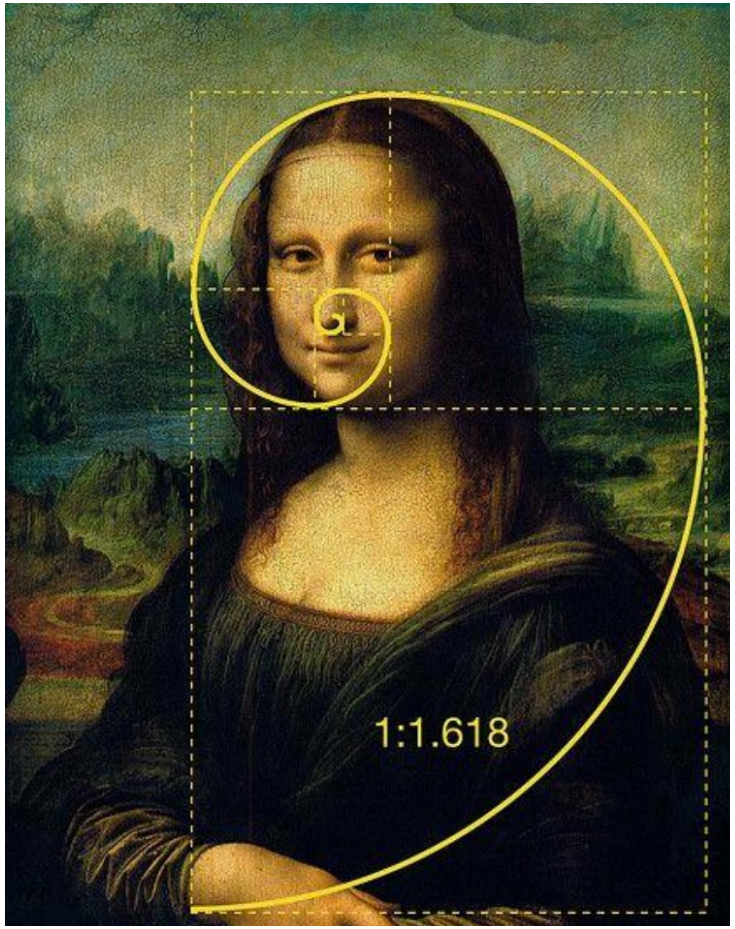
$L/B \approx 1.618$

Det gyllene snittet inom konst och arkitektur

Leonardo da Vinci använde sig mycket av gyllene snittet i sin konst.



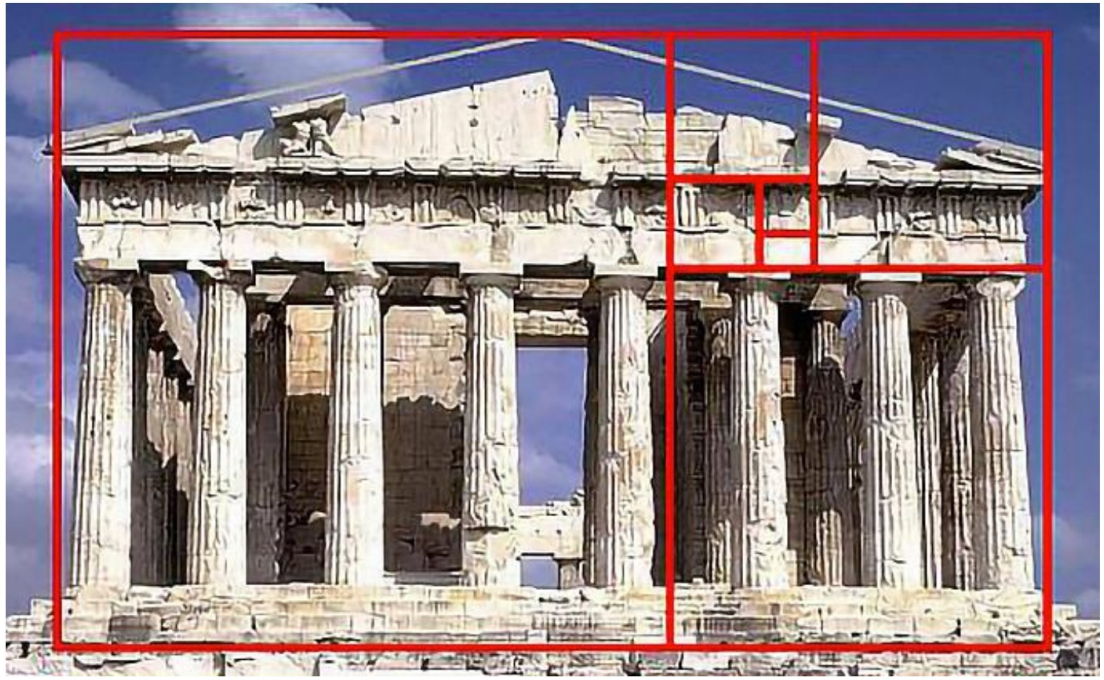
Den vitruvianska mannen



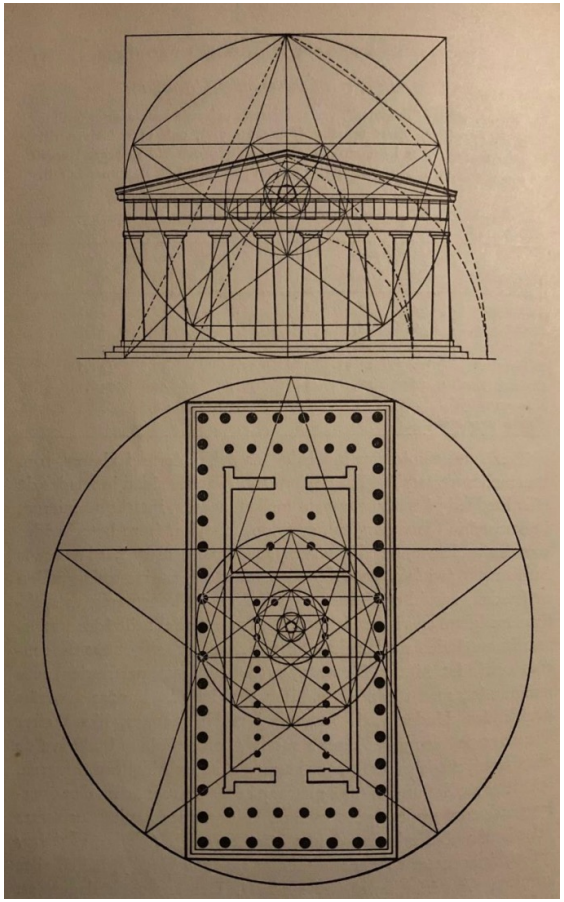
Mona Lisa

Det gyllene snittet inom konst och arkitektur

Flera antika byggnadsverk följer gyllene snittets proportioner.



Parthenon 438 f.Kr, Akropolis Grekland

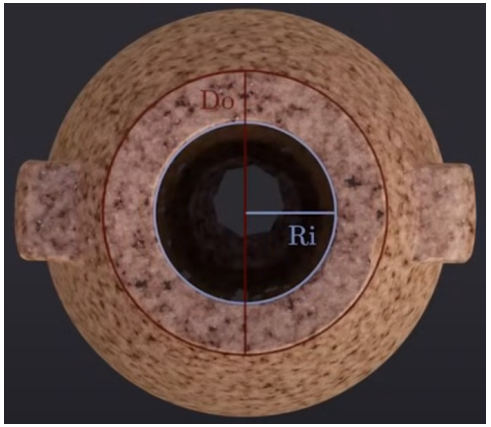


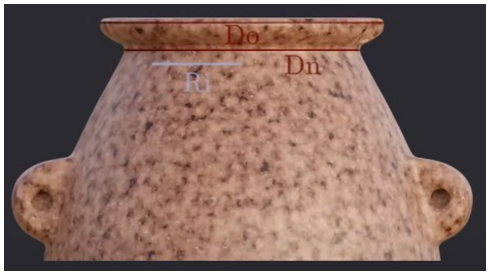
Det gyllene snittet inom konst och arkitektur

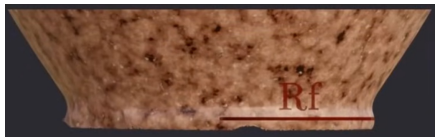
De berömda egyptiska granitvaserna



> 10000 år gammal







Uppmätt innerradio, $R_i = 18.739\,mm$

Jmf med elektromekanisk våglängd vid 16 GHz,

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{299.8 \cdot 10^6}{16.00 \cdot 10^9} = 18.738\,mm$$

Just 16 GHz råkar vara den frekvens som används i spektrumanalys för att studera granitens materialegenskaper på mikronivå.

$$\frac{D_o}{R_i} = \frac{58.9322}{18.739} = 3.14488 \approx \pi$$

$$\frac{D_n}{R_i} = \frac{49.024}{18.7391} = 2.61613 \approx \phi^2$$

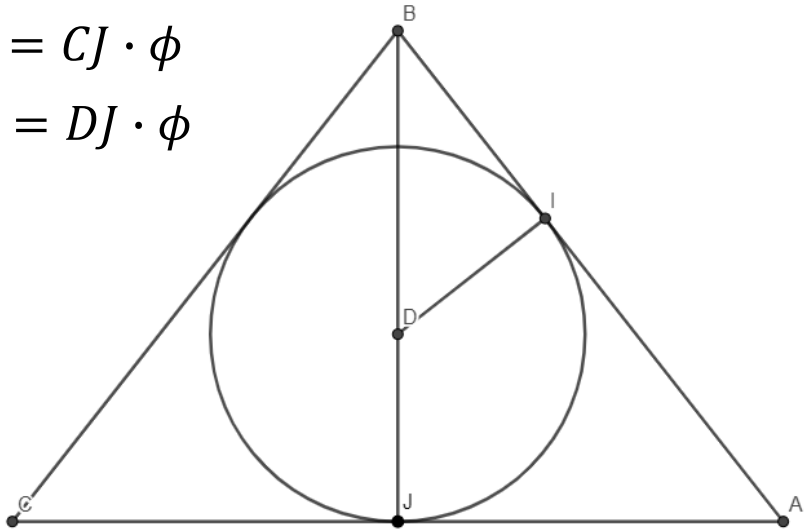
$$\boxed{\frac{R_f}{R_i} = \frac{\pi}{\phi^2}}$$

$$\frac{D_o}{R_f} = \frac{58.9322}{22.5299} = 2.61573 \approx \phi^2$$

Källa: Ben van Kerkwyk, UnchartedX

Det gyllene snittet inom konst och arkitektur

$$BC = CJ \cdot \phi$$
$$BD = DJ \cdot \phi$$



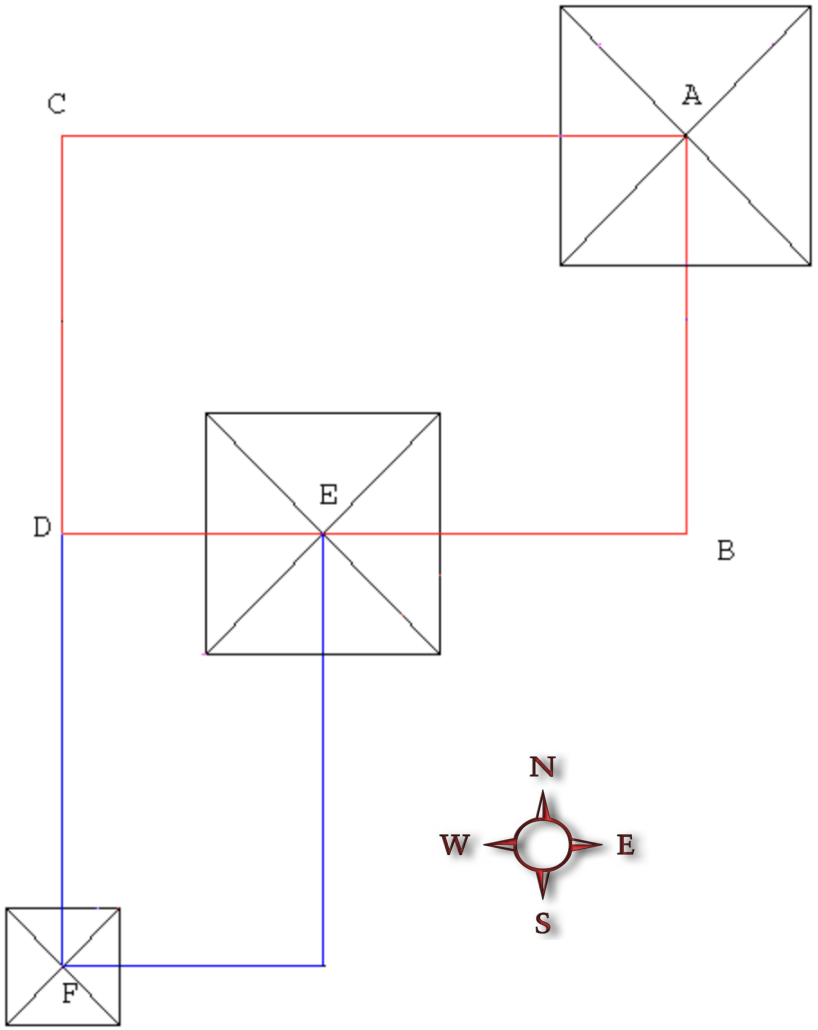


$$BC^2 = CJ^2 + BJ^2 \;\Rightarrow\; CJ^2 \cdot \phi^2 = CJ^2 + BJ^2 \;\Rightarrow\; \left(\frac{BJ}{CJ}\right)^2 = \phi^2 - 1 = \phi$$

$$\Rightarrow\; \frac{BJ}{CJ} = \sqrt{\phi} \;\Rightarrow\; \frac{Höjd}{Bas} = \sqrt{\phi}/2$$

	Höjd [m]	Bas 1 [m]	Bas 2 [m]	Höjd / Bas	Avv. mot rot(ϕ)/2
Khufu / Cheops	146.6	230.4	230.4	0.636	0.00043

Det gyllene snittet inom konst och arkitektur





Den inbördes placeringen mellan de tre pyramiderna i Giza anses av många följa gyllene snittet.

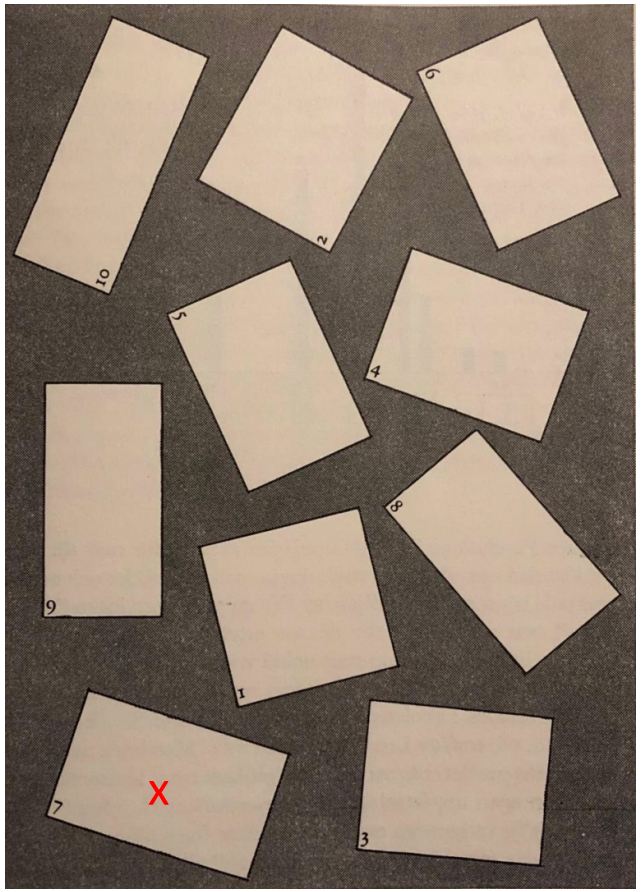
$$\frac{DF}{DE} \approx \phi \qquad \frac{BD}{AB} \approx \phi$$

Det gyllene snittet inom design

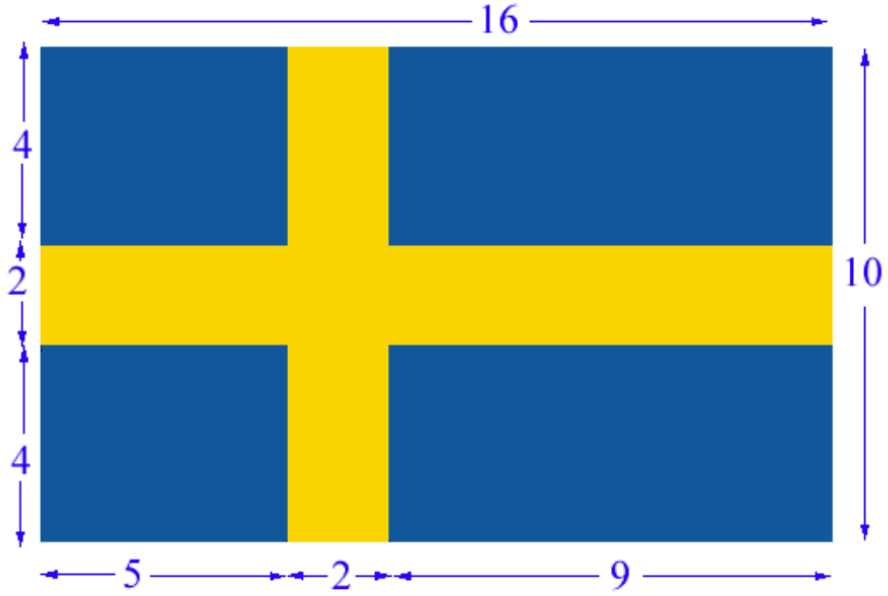
Flera undersökningar har visat att människan finner förhållandet = **1.618…**
som det mest estetiskt tilltalande.

De Fechnerska försöken.

Rekt-angel nr	Proportion, x	Antal röstande, som betr. rektangeln i fråga avgivit omdöme om *skönhet* män	*skönhet* kvin-nor	*fulhet* män	*fulhet* kvin-nor	Procentuell fördelning av skönhetsomdömena $p(x)$ män	kvin-nor	båda könen
1	1 :1=1,00	6,25	4,0	36,67	31,5	2,74	3,36	2,95
2	6 :5=1,20	0,5	0,33	28,8	19,5	0,22	0,27	0,24
3	5 :4=1,25	7,0	0,0	14,5	8,5	3,07	0,00	2,02
4	4 :3=1,33	4,5	4,0	5,0	1,0	1,97	3,36	2,45
5	29:20=1,45	13,33	13,5	2,0	1,0	5,85	11,35	7,73
6	3 :2=1,50	50,91	20,5	1,0	0,0	22,33	17,22	20,58
Ø 7	34:21=1,619	78,66	42,65	0,0	0,0	34,50	35,83	34,96
8	23:13=1,77	49,33	20,21	1,0	1,0	21,64	16,99	20,04
9	2 :1=2,00	14,25	11,83	3,83	2,25	6,25	9,94	7,52
10	5 :2=2,50	3,25	2,0	57,21	30,25	1,43	1,68	1,51
	Sammanlagt	228	119	150	95	100,00	100,00	100,00



Det gyllene snittet inom design



$$\frac{L}{B} = 1.6$$



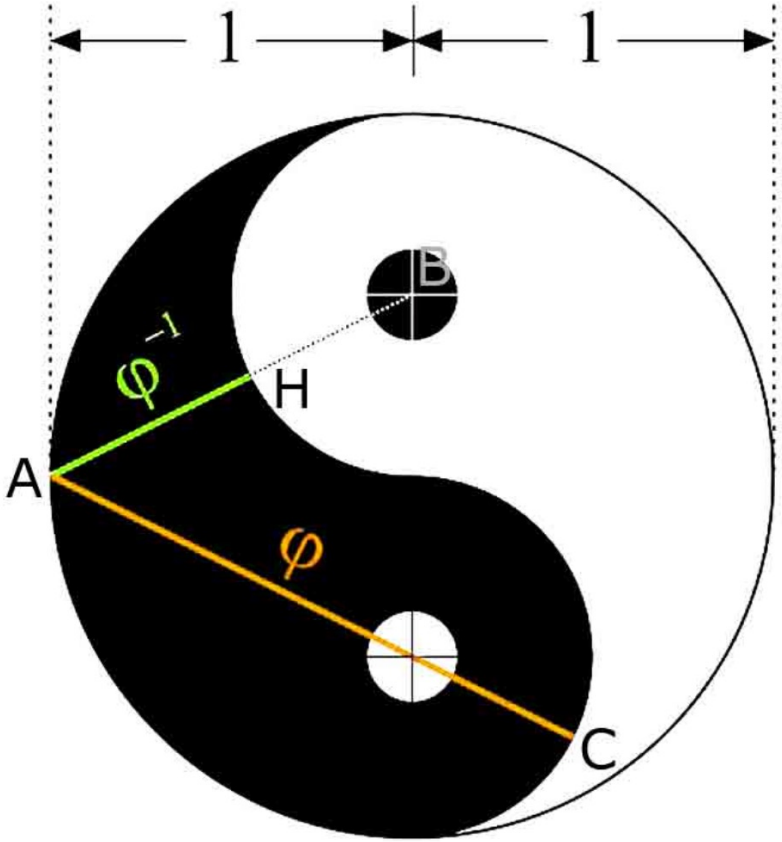
$$\frac{L}{B} \approx 1.6$$

Det gyllene snittet inom design

Många fotografer väljer att placera objektet i enlighet med gyllene snittet. Det anses av många skapa ett lugn och harmoni i bilden.



Det gyllene snittet inom design

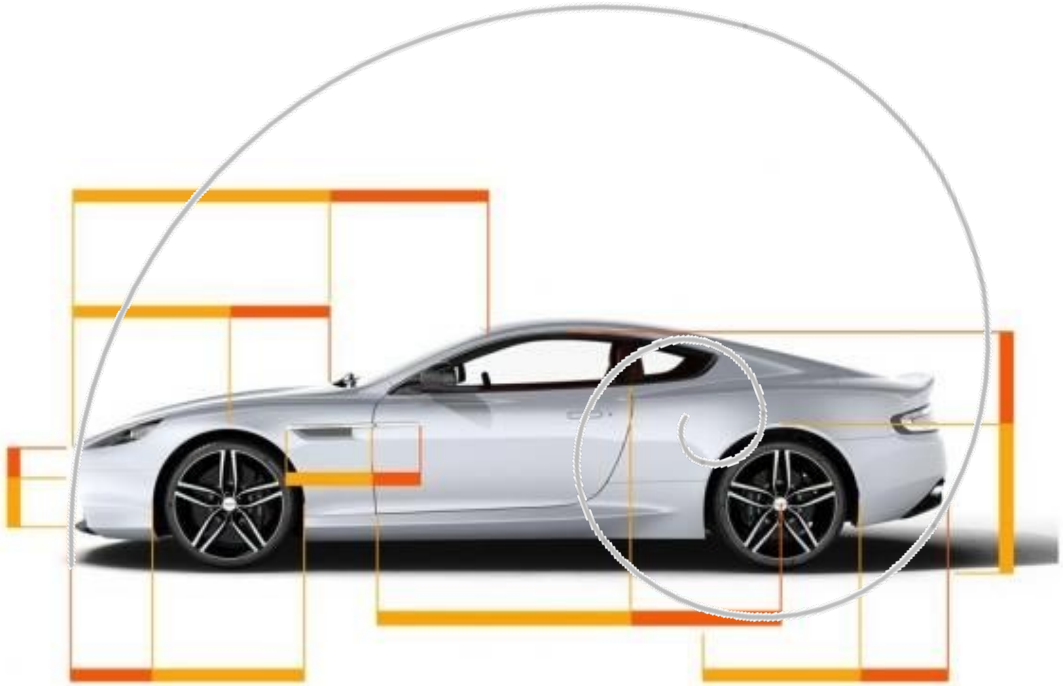


Yin and Yang symbol

$$AH = \frac{1}{\phi}$$

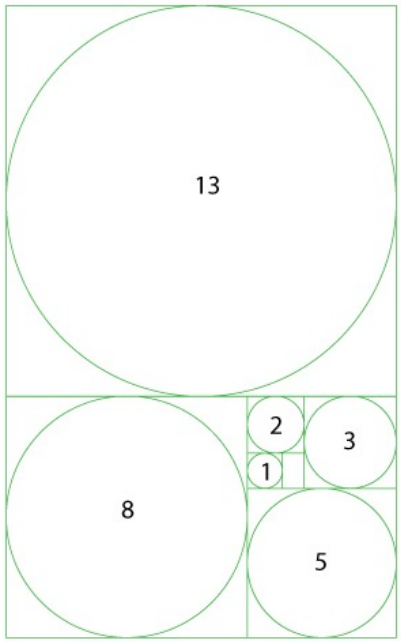
$$AC = \phi$$

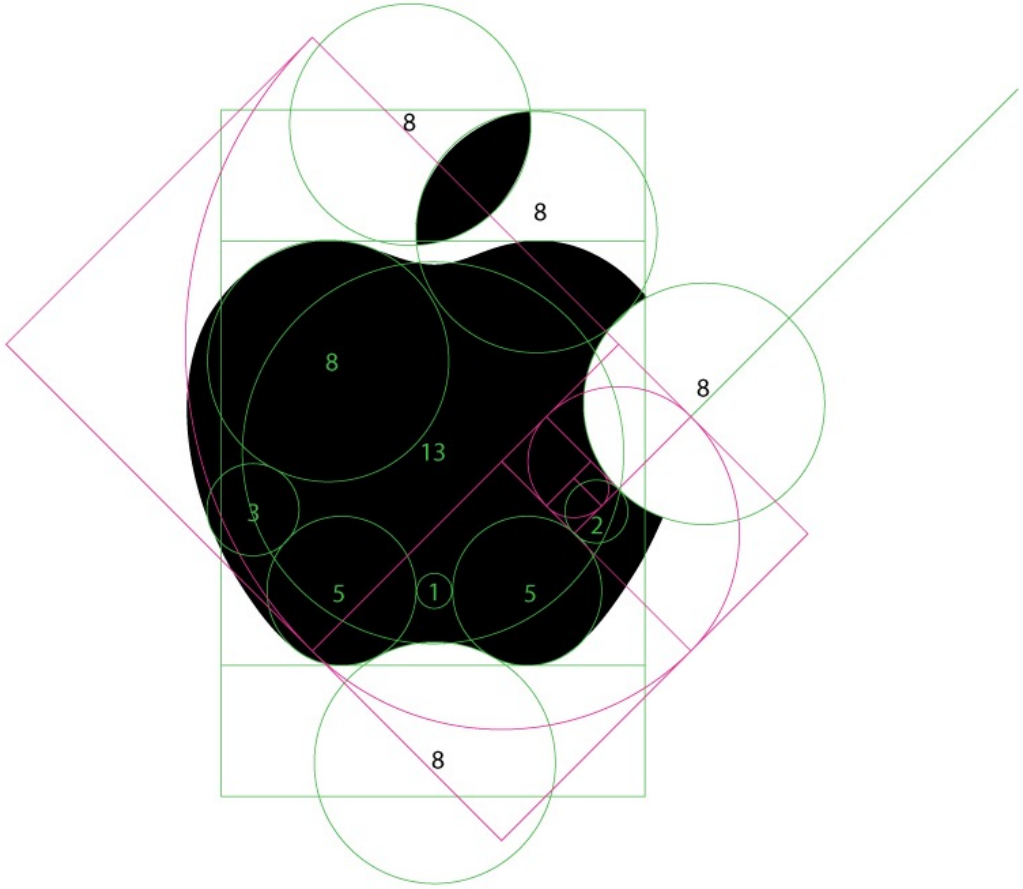
Det gyllene snittet inom design



Aston Martin DB9

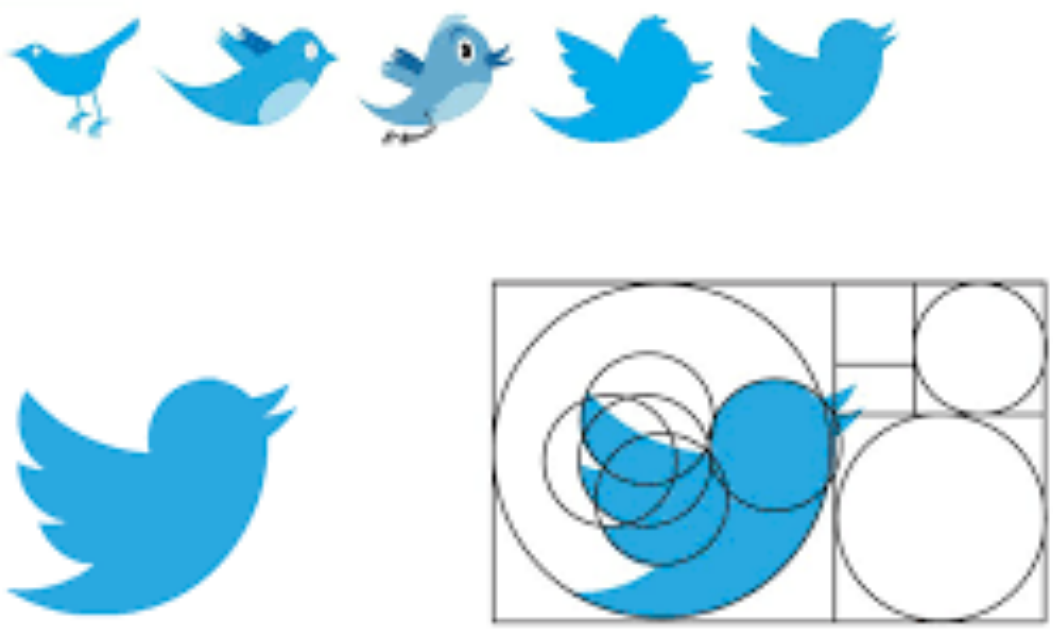
Det gyllene snittet inom design





Apple logotype

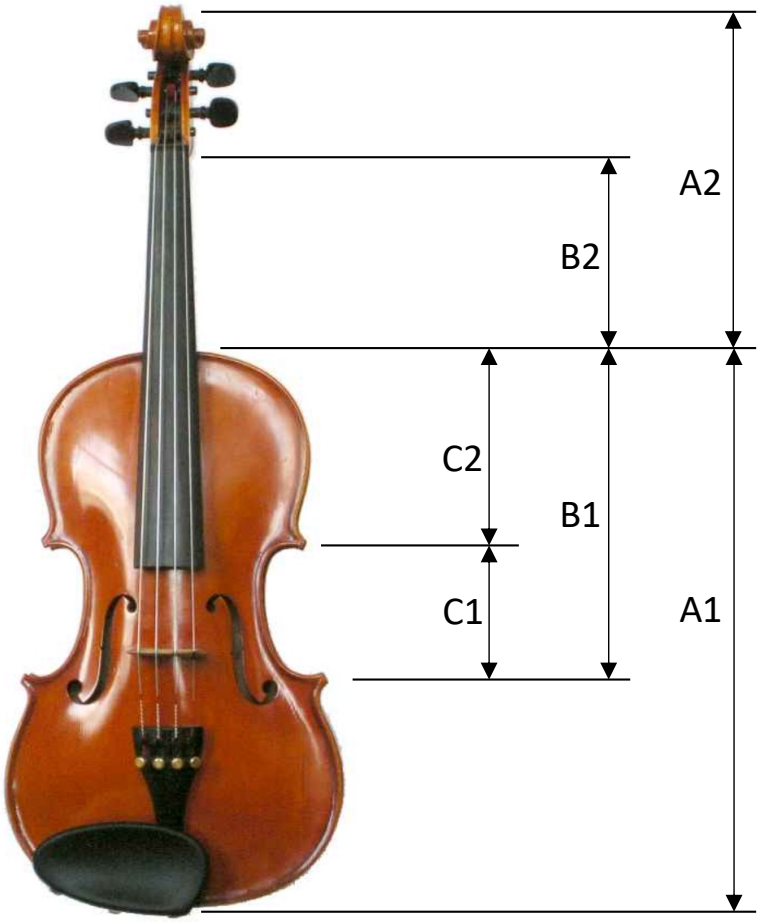
Det gyllene snittet inom design



Twitter logotype

Det gyllene snittet inom design

Flera musikinstrument är designade i enlighet med gyllene snittets proportioner.



$$\frac{A1}{A2} = \phi$$

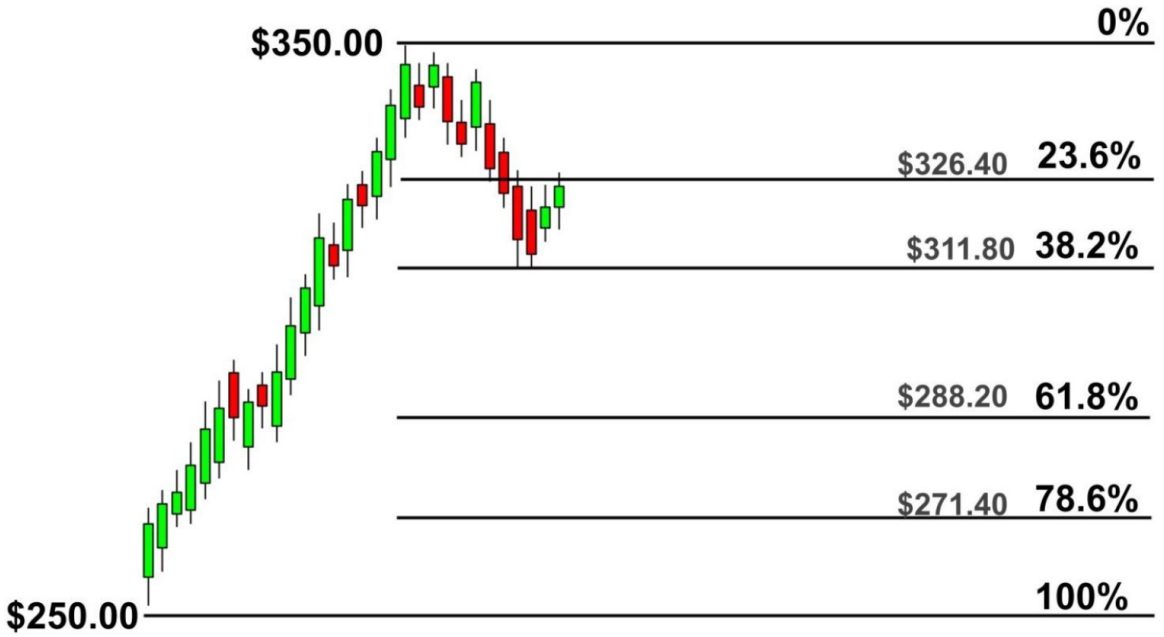
$$\frac{B1}{B2} = \phi$$

$$\frac{C1}{C2} = \phi$$

Det gyllene snittet inom finansvärlden

Fibonacci rekyl (retracement)

Stöd- och motståndsnivåer vid en rekyl anses av många börsmäklare ha hög sannolikhet att hamna på Fibonaccinivåerna 23.6%, 38.2%, 61.8% och 78.6% av ursprunglig max- eller min-nivå. Metoden är dock ifrågasatt.



$$\frac{100.0}{23.6} = \phi^3$$

$$\frac{100.0}{38.2} = \phi^2$$

$$\frac{100}{61.8} = \phi$$

$$\frac{100}{78.6} = \sqrt{\phi}$$

Tack för visat intresse!

