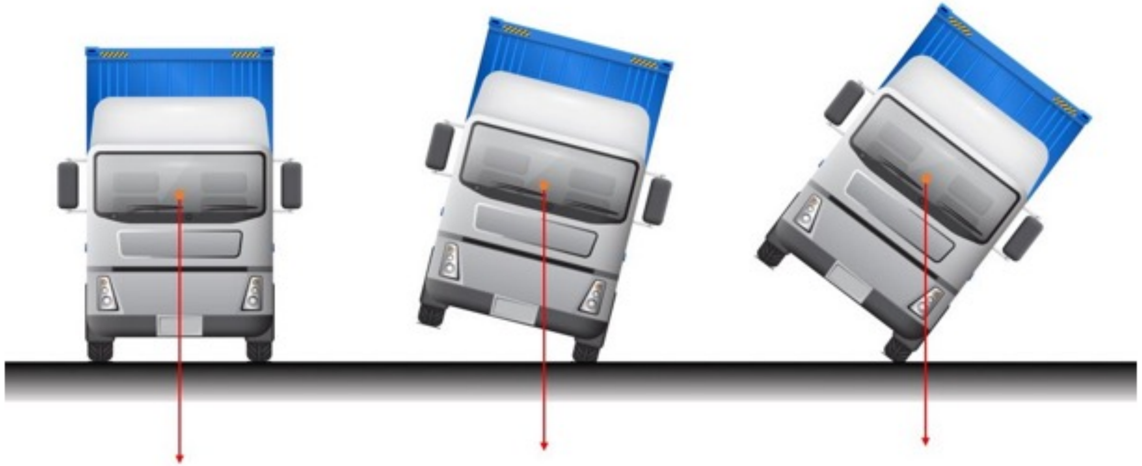
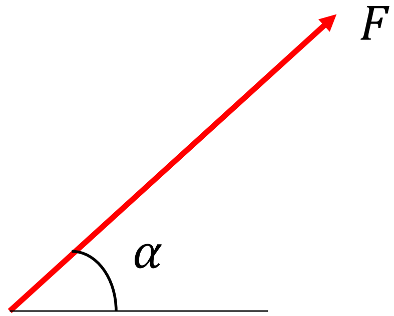
Kraft, moment och rörelsemängd

Att kunna bestämma hur krafter och moment verkar på föremål är vitalt för att kunna förstå hur maskiner och andra mekaniska konstruktioner fungerar.



Kraft som vektor

En kraft bestäms inte bara av storlek utan också av dess riktning. Den kan därför betraktas som en vektoriell storhet.



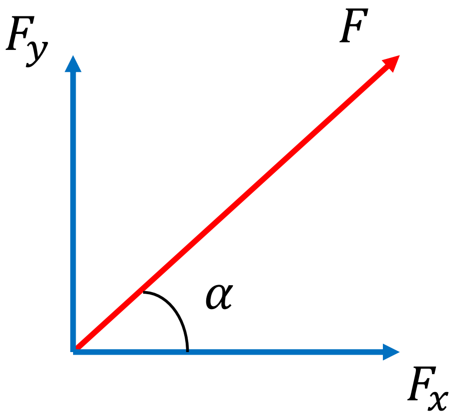
Av praktiska skäl ersätts ofta kraftvektorn med två kraftkomposanter F_x resp F_y

$$F_y = F \cdot \sin(\alpha)$$

$$F_x = F \cdot \cos(\alpha)$$

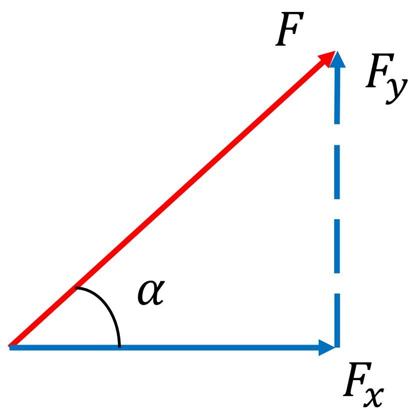
Kraft som vektor, forts

En kraft och dess två vinkelräta kraftkomposanter kan betraktas som en vinkelrät triangel och följdaktligen gäller förutom de trigonometriska funktionerna även Pythagoras sats.



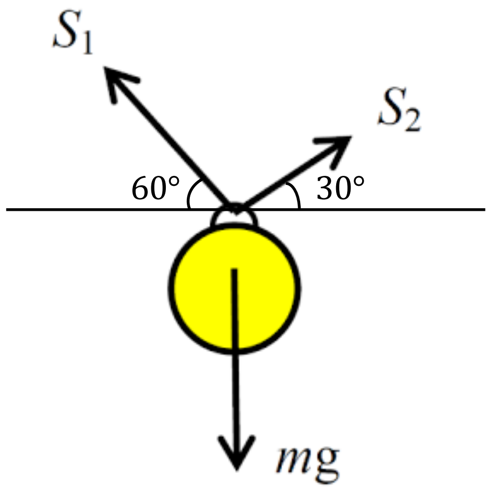
$$F = \sqrt{{F_x}^2 + {F_y}^2}$$

$$\alpha = \arctan(\frac{F_y}{F_x})$$



Exempel: Kraftjämvikt

Två linor med krafterna S_1 och S_2 ska tillsammans bära tyngdkraften mg. Beräkna förhållandet mellan S_1 och S_2.



$$\Sigma S_x = 0: \qquad S_2 \cdot \cos(30°) - S_1 \cdot \cos(60°) = 0$$

$$\Sigma S_y = 0: \qquad S_2 \cdot \sin(30°) + S_1 \cdot \sin(60°) - mg = 0$$

Lösning av ekvationssystemet ger:

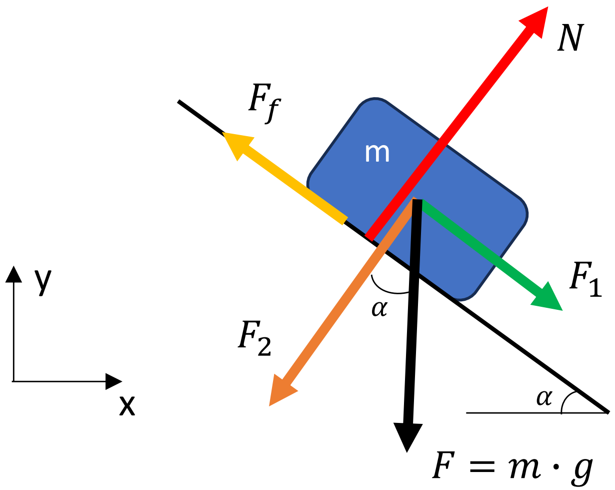
$$S_1 = \frac{mg}{\cos(60°) \cdot \tan(30°) + \sin(60°)} = mg \cdot \sin(60°) = mg \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$S_2 = \frac{mg \cdot \cos(60°)}{\cos(60°) \cdot \sin(30°) + \cos(30°) \cdot \sin(60°)} = mg \cdot \cos(60°) = mg \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \sqrt{3}$$

Lutande plan

I ett lutande plan kan vi tänka oss ett fiktivt koordinatystem där x-axeln är parallell med planet (x’) och y-axeln vinkelrätt mot planet (y’). Om föremålet står still eller rör sig i konstant hastighet längs planet måste vi då enligt Newtons lagar ha kraftbalans. Detta kan utnyttjas exempelvis för att beräkna den minsta friktionskoefficienten som krävs vid en viss vinkel för att förhindra glidning. F_1 och F_2 i figuren nedan representerar här kraftkomposanter till tyngdkraften F.



$$F_1 = F \cdot \sin(\alpha)$$

$$F_2 = F \cdot \cos(\alpha)$$

$$\Sigma F_{x'} = 0: \quad F_1 - F_f = 0 \quad \Rightarrow F_f = F \cdot \sin(\alpha)$$

$$\Sigma F_{y'} = 0: \quad N - F_2 = 0 \quad \Rightarrow \; N = F \cdot \cos(\alpha)$$

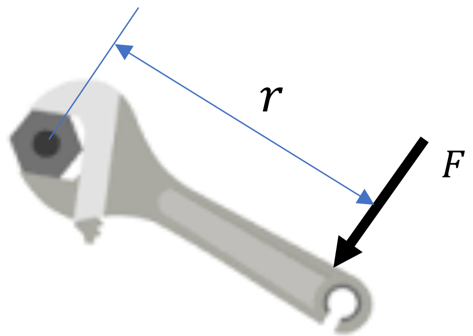
Friktionskoefficienten $\mu = \frac{F_f}{N} = \frac{F \cdot \sin(\alpha)}{F \cdot \cos(\alpha)} = \tan(\alpha)$

Ex. Om $\alpha = 30° \;\Rightarrow\; \mu = \tan(30°) = 0.58$

Erforderlig friktionskoefficient $\mu = tan(\alpha)$

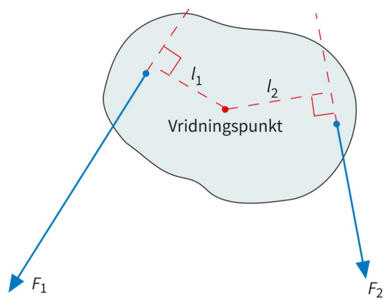
Begreppet Moment

Vridmoment är kraften gånger dess hävarm, d v s det vinkelräta avståndet till vridningspunkten. I likhet med det raka enaxliga fallet gäller att om föremålet är stillastående eller rör sig med konstant vinkelhastighet är momentsumman noll.



$$\boxed{M_v = F \cdot r}$$

$[Nm] = [N \cdot m]$

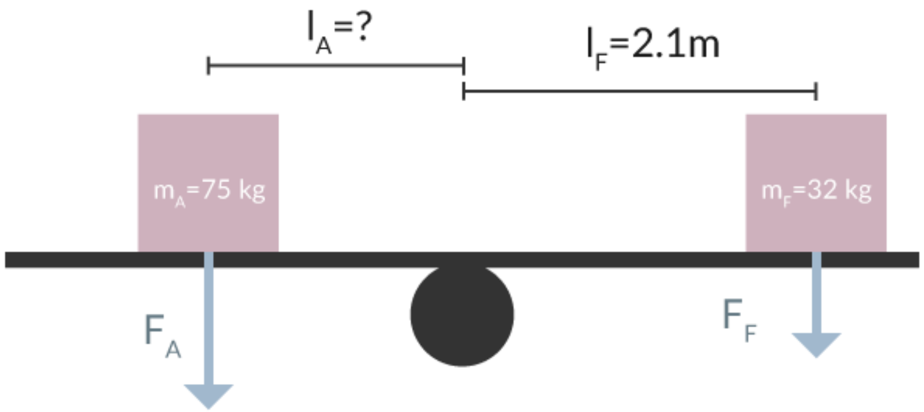


Stillastående föremål

$$\Sigma M_v = 0 : \qquad F_1 \cdot l_1 - F_2 \cdot l_2 = 0$$

Exempel: Momentjämvikt

En enkel gungbräda är ett bra exempel på momentjämvikt. För att gungbrädan ska hållas i balans krävs att momentsumman kring rotationspunkten är noll.

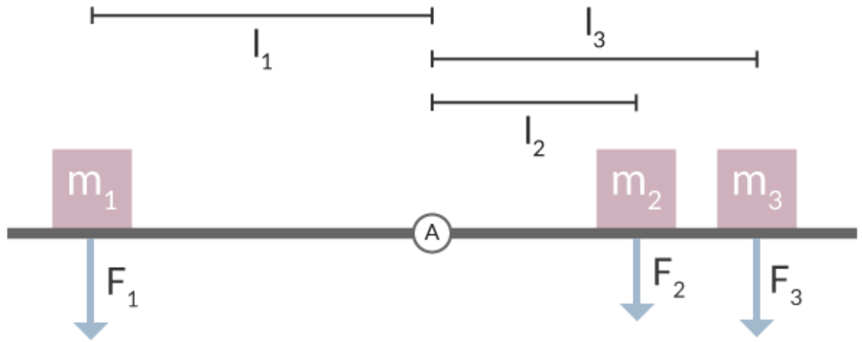


$$\Sigma M_v = 0: \qquad F_F \cdot l_F - F_A \cdot l_A = 0$$

$$l_A = \frac{F_F \cdot l_F}{F_A} = \frac{32g \cdot 2.1}{75g} = 0.90m$$

Exempel 2: Momentjämvikt

Tre personer sitter i jämvikt på en gungbräda. Person 1 sitter på vänstersidan, 1.4 meter från rotationspunkten med en massa på 65 kg. På högersidan sitter person 2 med ett avstånd på 0.9 meter från rotationspunkten. Bakom person 2 sitter person 3 med en massa på 36 kg med avståndet 1.2 meter från rotationspunkten. Vilken massa har person 2?



$$\Sigma M_A = 0 : \qquad F_1 \cdot l_1 - F_2 \cdot l_2 - F_3 \cdot l_3 = 0$$

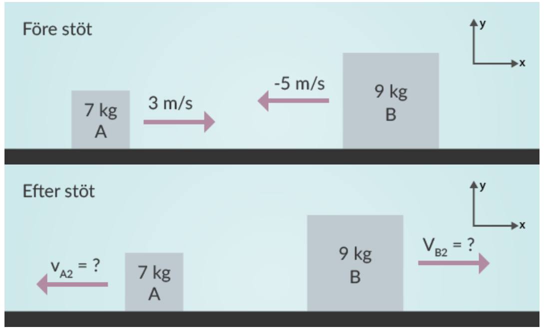
$$F_2 = \frac{F_1 \cdot l_1 - F_3 \cdot l_3}{l_2} = \frac{65g \cdot 1.4 - 36g \cdot 1.2}{0.9} = 53g$$

Svar: Person 2 väger 53 kg

Begreppet Rörelsemängd

Vi har tidigare behandlat att kraften = massan x accellerationen. Om vi istället tecknar massan multiplicerat med hastigheten får vi det som kallas rörelsemängd och betecknas med bokstaven p.

$$p = m \cdot v \qquad [kg \cdot m/s]$$

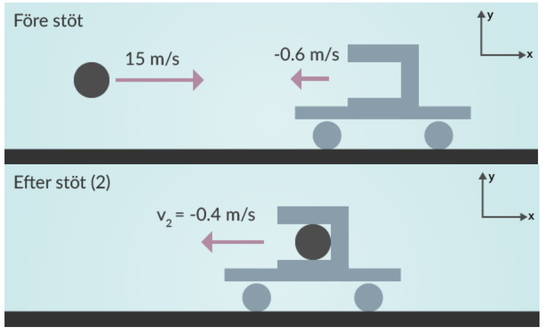


<u>Elastisk stöt:</u>

(Både rörelsemängd och rörelseenergi bevaras)

$$m_A \cdot v_{A1} + m_B \cdot v_{B1} = m_A \cdot v_{A2} + m_B \cdot v_{B2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m_A \cdot {v_{A1}}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_B \cdot {v_{B1}}^2 = \frac{1}{2} \cdot m_A \cdot {v_{A2}}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_B \cdot {v_{B2}}^2$$



<u>Fullständigt oelastisk stöt:</u>

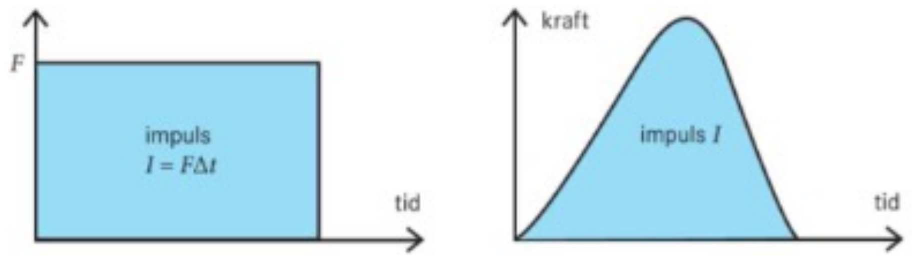
(Endast rörelsemängd bevaras)

$$m_A \cdot v_{A1} + m_B \cdot v_{B1} = (m_A + m_B) \cdot v_2$$

Begreppet Impuls

Om två föremål krockar med varandra fås en impuls som är lika med medelkraften gånger tiden.
Om kraften varierar blir impulsen lika stor som arean under kutvan i en kraft-tid graf.

$$\boxed{I = F \cdot \Delta t}$$



Eftersom kraften $F = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t}$ kan vi alltså även teckna impulsen som skillnaden i rörelsemängd:

$$I = m \cdot \Delta v$$

$$\boxed{F \cdot \Delta t = \Delta p}$$