

Relativistisk totalenergi, viloenenergi & rörelseenergi

Den totala relativistiska energin, $E = mc^2 \cdot \gamma$, $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}}$

Viloenenergin, $E_0 = mc^2$

Den kinetiska energin, $E_k = E - E_0 = mc^2(\gamma - 1)$

Taylorutveckling av binom:

$$(1+x)^n = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{n}{k} x^k = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots (n-k+1)}{k!} \cdot x^k, \quad \binom{n}{0} = 1$$

$$n = -\frac{1}{2}, \quad x = -\frac{v^2}{c^2} \Rightarrow$$

1:a termen ($k=0$): $1 \cdot x^0 = 1$

2:a termen ($k=1$): $n \cdot x^1 = -\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{v^2}{c^2}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{c^2}$

3:e termen ($k=2$): $\frac{n \cdot (n-1)}{2} \cdot x^2 = \frac{-\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)}{2} \cdot \left(-\frac{v^2}{c^2}\right)^2 = \frac{3}{8} \cdot \frac{v^4}{c^4}$

Försummas termer för $k \geq 2 \Rightarrow \gamma = 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{c^2}$

Av detta följer att för $v \ll c$ blir

$$E_k = mc^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} - 1\right) = \frac{1}{2} m v^2 \quad \text{och}$$

sammanfaller alltså med Newtons klassiska fysik.