

Härledning av hastigheterna efter stöt
 v_1 resp. v_2 vid fullständigt elastisk stöt.

Rörelsemängdens och rörelseenergis bevarande:

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$
$$\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

Stötvillkor för elastisk stöt:

$$u_1 - u_2 = v_2 - v_1$$

Vi eliminerar v_2 :

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 (u_1 - u_2 + v_1)$$

$$(m_1 + m_2) v_1 = (m_1 - m_2) u_1 + 2m_2 u_2$$

$$v_1 = \frac{(m_1 - m_2) u_1 + 2m_2 u_2}{m_1 + m_2}$$

Vi eliminerar v_1 :

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 (u_2 - u_1 + v_2) + m_2 v_2$$

$$(m_1 + m_2) v_2 = (m_2 - m_1) u_2 + 2m_1 u_1$$

$$v_2 = \frac{(m_2 - m_1) u_2 + 2m_1 u_1}{m_1 + m_2}$$

Härledning av stötvillkoret vid elastisk stöt

Rörelsemängdens och rörelseenergiens bevarande:

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

Dividera bägge ekvationerna med $m_1 m_2$:

$$\frac{u_1}{m_2} + \frac{u_2}{m_1} = \frac{v_1}{m_2} + \frac{v_2}{m_1}$$

$$\frac{u_1^2}{m_2} + \frac{u_2^2}{m_1} = \frac{v_1^2}{m_2} + \frac{v_2^2}{m_1}$$

Vi skriver om rörelsemängdsekvationen:

$$\frac{u_1 - v_1}{m_2} = \frac{v_2 - u_2}{m_1} \Leftrightarrow m_1 (u_1 - v_1) = m_2 (v_2 - u_2)$$

Vi skriver om energi ekvationen:

$$\frac{u_1^2 - v_1^2}{m_2} = \frac{v_2^2 - u_2^2}{m_1} \Leftrightarrow m_1 (u_1^2 - v_1^2) = m_2 (v_2^2 - u_2^2)$$

Konjugatregeln ger oss att:

$$\frac{u_1^2 - v_1^2}{u_1 - v_1} = u_1 + v_1 \quad \text{och} \quad \frac{v_2^2 - u_2^2}{v_2 - u_2} = v_2 + u_2$$

Vi dividerar ekvationerna med varandra:

$$\frac{m_1(u_1 - v_1)}{m_1(u_1^2 - v_1^2)} = \frac{m_2(v_2 - u_2)}{m_2(v_2^2 - u_2^2)} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{u_1 + v_1} = \frac{1}{v_2 + u_2} \Rightarrow$$

$$u_1 - u_2 = v_2 - v_1$$