Tyngdpunktsbegreppet

Ett föremåls totala massa kan ofta betraktas som en ekvivalent massa koncentrerad till en enda punkt, tyngdpunkten. I mekaniska beräkningssammanhang kan då hela föremålet “ersättas” av tyngdpunkten. Om man tänker sig att man skulle kunna balansera föremålet på ett finger utan att föremålet välter så har man hittat dess tyngdpunktsläge. I det här avsnittet ska vi istället se hur man rent algebraiskt kan beräkna tyndpunktsläget för några enklare former av ytor och volymer.

Tyngdpunkten kan mekaniskt sägas “representera” föremålet.
Observera att tyngdpunkten även kan ligga utanför materialet.

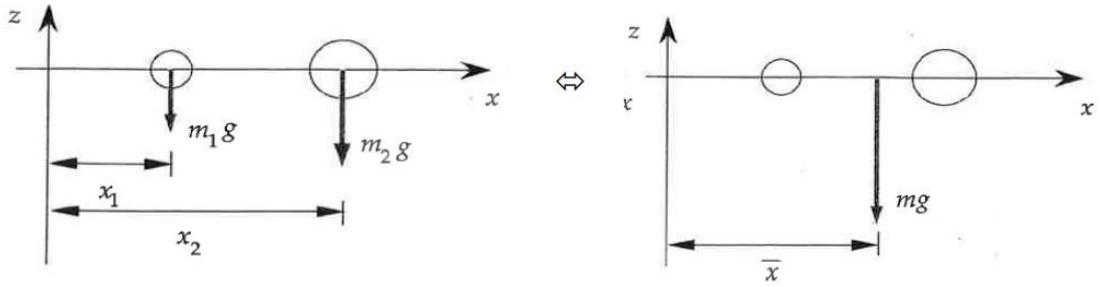
*) I det plana fallet kallas det för areatyngdpunkt.

Att bestämma tyngdpunkt är viktigt för många konstruktioner …

Bilden visar en fartygslossare som via Archimedesskruvar transporterar upp bulkmaterial från fartygets lastrum till ett transportband på kajen. Motviktens läge verierar med armarnas vinkelställning och balanseras ut av en motvikt som kan väga uppemot 200 ton.

Beräkning av tyngdpunkt

Tyngdpunkten för ett eller flera sammansatta föremål kan beräknas genom att sätta momentsumman lika med tyngdpunktens moment.



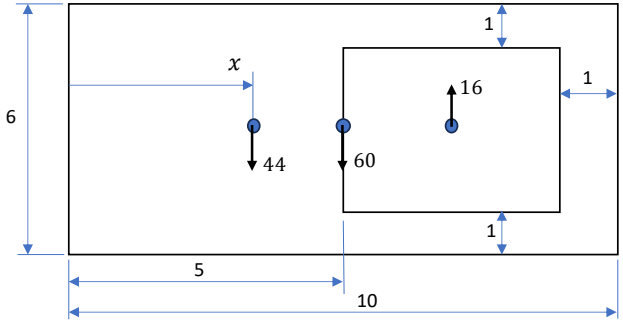
Momentverkan med avseende på y-axeln tecknas som

$$m_1 g x_1 + m_2 g x_2 = m g \bar{x} \quad \Rightarrow \bar{x} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

Observera att g förkortas bort. Eftersom g inte behövs för beräkningen kan man räkna direkt med det statiska momentet som har dimensionen massa x längd. Tyngdpunktens läge får man då genom summan av delarnas statiska moment dividerat med totala massan $m=m_1+m_2$.

Areatyngdpunkt (exempel)

Areatyngdpunkten kan enkelt beräknas genom att sätta ut en fiktiv areatyngdpunkt med avståndet x från en bestämd axel och sätta areamomentsumman lika med areatyngdpunktens moment.



$[dm]$

Arean 60 dm^2 motsvarar här rektangeln utan det kvadratiska hålurtaget på 16 dm^2.

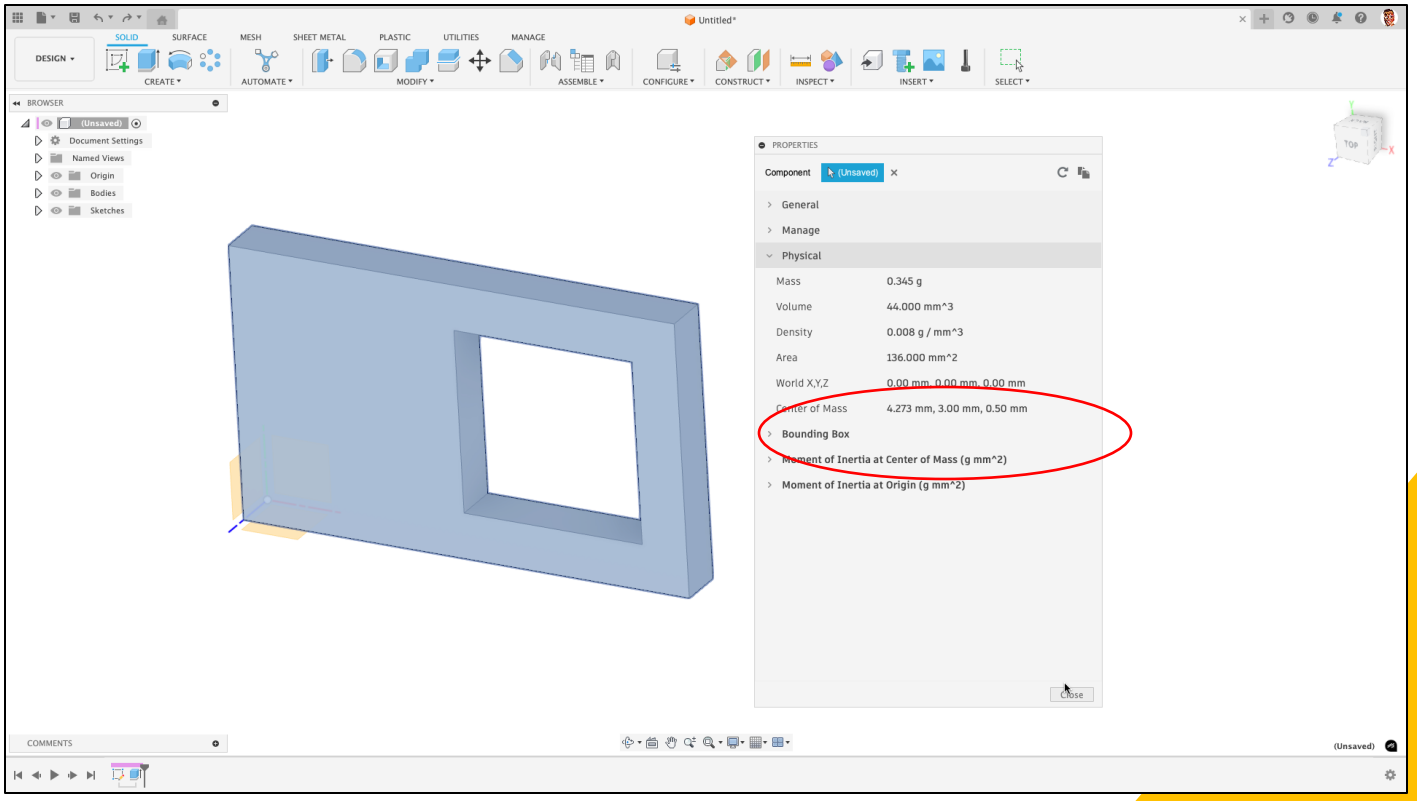
$$60 \cdot 5 - 16 \cdot 7 = 44 \cdot \mathrm{x}$$

$$\mathrm{x} = \frac{300 - 112}{44} = 4.27dm$$

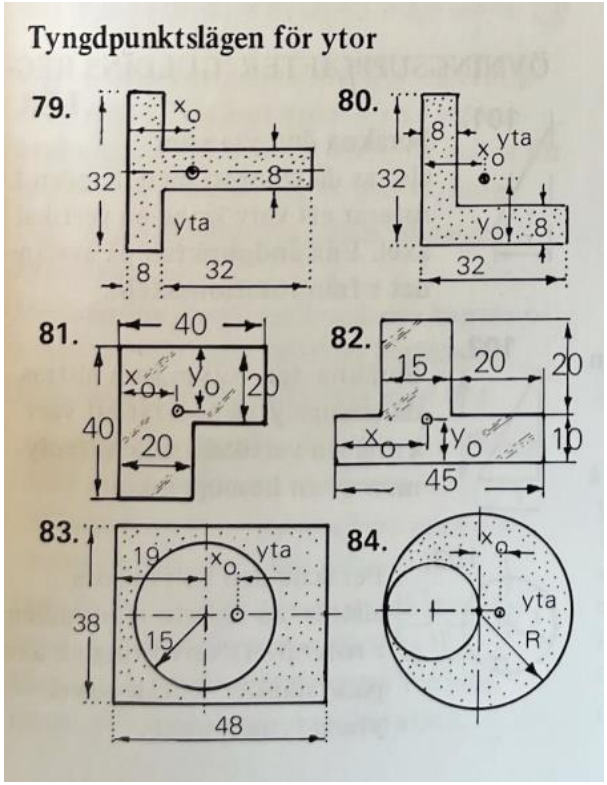
*) För hål kan man sätta en uppåtriktad “areakraft” så att dess momentbidrag blir negativt.

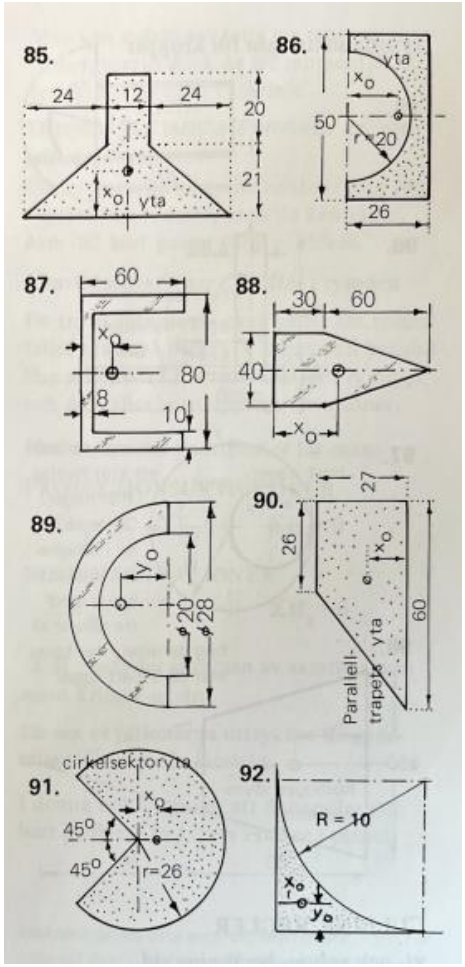
Tyngdpunkt i Fusion

I CAD-programmet Fusion väljer man “Properties” för att få ut solidens tyngdpunkt.



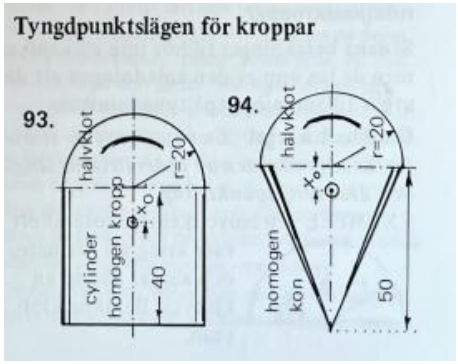
Övningsuppgifter

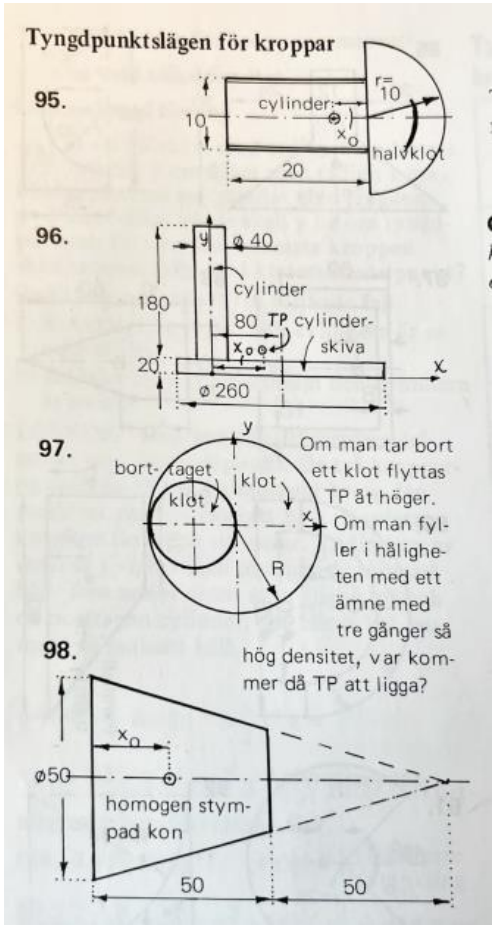




*) Prova att lösa några exempel både för hand och m h a Fusion.
Tyngdpunktslägen för vissa geometrier finns på sid 18 i Kalle Björk.

Övningsuppgifter





Svar till Övningsuppgifter

1. $x=1$ m
2. $x=1{,}2$ m
3. $x=1{,}5$m
4. $x=7/12$ m
5. a) 50N b) 65N c) 28N
6. a) 70N b) 10 N
7. 120 N
8. 40 N åt höger
9. 141 N
10. $R=50$N 36,9°
11. $F_x=60{,}4$ N $F_y=24{,}5$ N
12. $R=42{,}3$ N
13. a) 86,5 N b) 48,1 N
14. 105 N
15. $F_1=83$ N $F_2=62{,}4$ N
16. $\alpha=71{,}8°$ $\beta=22{,}3°$
17. $R_x=15{,}6$N $R_y=29{,}7$N R=33,5N $\alpha=62{,}3°$
18. $R_x=50{,}2$N $R_y=30{,}4$N R=58,6N $\alpha=31{,}2°$
19. $R_x=7{,}4$N $R_y=-15{,}2$N R=16,9N $\alpha=-64{,}1°$
20. $R_x=17{,}3$N $R_y=-12$ N R= 21 N $\alpha=-34{,}8°$
21. R=80N uppåt, 5cm till höger om 30N
22. R=10N nedåt, 16cm till höger om 50N
23. $F_1=50$N uppåt AB = 2 cm
24. 12Nm, moturs
25. x = 0,4 m
26. F = 50 N
27. M = 30 Nm medurs
28. M = 28 Nm medurs
29. M=0,866·F·a "
30. M= 4 Nm, moturs
31. R=2F, mitt emellan
32. R=F nedåt 4cm till höger om 2F
33. R=9N, nedåt, $\frac{5}{3}$m till höger om 2N
34. R=1 kN nedåt, samman-manfallen med 2kN nedåt
35. R=35N, nedåt, 0,286m till vänster om 20 N.
36. $R_x=1$kN $R_y=-2$ R=2,24 kN Avstånd från D är 4,47 cm
37. $R_x=-3$N $R_y=4$ N R=5N r=4,2 dm
38. $R_x=-36{,}5$N $R_y=0$ r=3,1 cm ovanför
39. $R_x=100$N $R_y=0$ r=1,39cm ovan CB
40. $R_x=59{,}3$N $R_y=15{,}9$N R=61,4 N $\alpha=15°$ r=4,47 dm medurs
41. $F_1=F$ riktning BA $F_2=1{,}41\cdot F$ " CB $F_3=1{,}41\cdot F$ " AC
42. $R_x=-20{,}7$ N $R_y=70{,}4$N R=73,4 r=8,07dm medurs
43. 2830N uppåt åt vänster 45°
44. 4000N rakt uppåt
45. 5660N uppåt åt vänster 45°
46. 3610N nedåt åt vänster 56,3°
47. 3160N nedåt åt höger 18,4°
48. 3160N nedåt åt vänster 71,6°
49. 1410N nedåt åt höger 45°
50. 4120N nedåt åt vänster 14°
51. 6080N nedåt åt höger 9,45°
52. 4120N uppåt åt höger 76°
53. 2830N nedåt åt höger 45°
54. 2000N åt höger
55. R=9kN 0,445 m till höger om 3kN
56. R=40N nedåt 1cm till höger om 10N
57. $x_o=y_o=10$ mm
58. $x_o=18$ $y_o=8$ mm
59. $x_o=10$ mm
60. $x_o=15$ $y_o=10$mm
61. $x_o=36{,}3$ mm
62. $x_o=19{,}7$ mm
63. $x_o=14$ mm
64. $x_o=y_o=10{,}86$mm
65. $x_o=y_o=16{,}7$ mm
66. $x_o=20{,}5$ mm $y_o=11$ mm
67. $x_o=8{,}17$ mm
68. $x_o=R/6$
69. $x_o=13{,}66$ mm
70. $x_o=17{,}2$ mm
71. $x_o=22{,}57$ mm
72. $x_o=32{,}5$ mm
73. $y_o=7{,}71$ mm
74. $x_o=11{,}73$ mm
75. $x_o=5{,}2$ mm
76. $x_o=y_o=2{,}22$mm
77. $x_o=13{,}13$ mm
78. $x_o=3{,}61$ mm
79. $x_o=2{,}14$ mm
80. $x_o=66$ mm $y_o=27{,}6$ mm
81. a) $x_o=R/14$ b) $x_o=-R/10$

98. $x_o=19{,}64$ mm
101. ytan = $L\cdot r\cdot\pi$
102. volymen $\pi r^2\cdot\frac{h}{3}$
103. $2\cdot\pi^2 R\cdot r^2$
105. A=1,75 kN B=3,25 kN
106. A=4 B=3 kN
107. A = 5,18 kN B = 5,82 kN
108. A= 13,33 kN B= 6,66 kN
109. A = 5,33 kN B = 2,66 kN
115. A=25 B=15 kN
116. A=40 B= 30 kN
117. N = 867 N A=667 N
118. $F_1=150$ N
119. $F_2=4500$ N
120. $F_3=99000$ N
121. x =111,5 mm A=25 B=17,5 kN
122. A=20 B=40 kN
123. A=40 B=20 kN
124. A=45 B=15 kN
125. A=45 B=20 kN
126. A=50 B=100 kN
127. A=1125 N drag B= 625 N tryck
128. 500 N
129. $A_x=-40$ kN $A_y=-10$ $B_y=10$
130. $A_x=20$ kN $A_y=40$ B=−20kN A=44,7 kN
131. $A_x=B=3600$ N $A_y=3000$ N A=4670 N
132. $A_x=160$ N $A_y=600$N B=160N
133. a) 0,7·G b) G c) 5,74·G
134. a) 2,34 kN b) 4,39 kN c) 8,64 kN
135. 122,6N och 113 N
136. 1,875 kN
137. 0,5736·G
138. a) S=G b) $S=\frac{G}{2}$ c) $S=\frac{G}{4}$
139. B=0,424·G
140. a) B=C=G/2 uppåt b) B=C=0,7·G vinkelrätt planen. c) $B_x=G/2$ $B_y=G$ C=G/2 vågrätt
141. $A=B_x=1{,}5$ kN $B_y=6$ kN
142. S= 14,14 kN $A_x=10$ kN $A_y=0$
143. A=B=0,64·G i radieriktning
144. A=0,866·G B=0,5·G
145. S=778 N $P_x=752$N $P_y=700$N P=1030 N
146. B=369N C=420N
147. A=25 kN B=32,5 C=27,5 kN D=27 kN
148. A=3,2 kN B=5,6 C=2,4 kN D=1,6 kN
149. $\alpha=51{,}3°$
150. F=1290 N A höjs något.
151. F= 185 N
152. S=7,76 kN $A_x=15$ $A_y=21$kN A=25,8
153. $A=A_x=4{,}08$ kN $A_y=0$
154. 154,5 N kil-cyl. 149,3N cyl.-vägg 70N cyl.-botten
155. F=1400N A=1300
156. $A=\frac{1+\sin^2\alpha}{\cos\alpha}\cdot G$

157. K=228N T=114N N=940N
159. 772N tryck 746 N
160. AB=33,3 kN drag BC=26,7 kN tryck
161. N=23,2kN tryck S=19,2 kN drag
162. C=5,5 kN vägrät
163. $A_x=6$kN $A_y=-3$ A = 6,7 kN
164. S=3,11 kN A=3,11
165. A=B= 10,1 kN
166. 1,155·G drag i två 0,577·G tryck i den vägräta stången
167. G=376 N
168. $A=2{,}4$ kN $=B_x$ $B_y=2$kN $C_y=1$kN $C_x=6$kN D=E=6,71
169. A=855N B=D= 782N
170. a) 26,2 N b) 61 N c) 104 N d) 171 N
171. $\mu=0{,}268$
172. $\alpha=11{,}3°$
173. F=13,9 N
174. F = 0,37·G
175. $\alpha=2{,}15°$
176. $\mu=0{,}25$
177. F= G·sin($\alpha+\varepsilon$)
178. a) F=0,796·G b) F=0,393·G
179. a) F=540 N b) F=300N
180. a) F=260 N b) F=20N
181. Kilvinkel $2\alpha=9{,}14°$
182. F= 60 N
183. Friktionstalet = 0,3
184. G = 150 N
185. G = 270 N
186. F·cosε =G·sinε ger: $F=\tan\varepsilon\cdot G=\mu\cdot G$