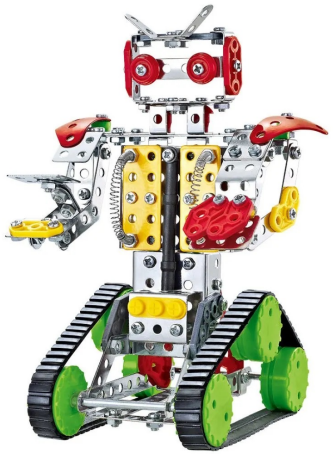
Mekanik



Varför lära sig mer om Mekanik?

Mekanik är grunden för att förstå och kunna utveckla maskiner, byggnader och andra konstruktioner.

Kunskaper i mekanik är också en förutsättning för att kunna utföra hållfasthetberäkningar på en konstruktion.

Konstruktioner ska ofta:

- Ha låg vikt
- Vara styva och stabila
- Ha hög hållfasthet
- Ha lång livslängd

Massa (vikt) kontra tyngdkraft:

Tyngdkraft är den kraft som jordens tyngdaccelleration utövar på massan. Exempelvis är massan för ett föremål samma på månen som på jorden medan tyngdkraften bara är ca en sjättedel.

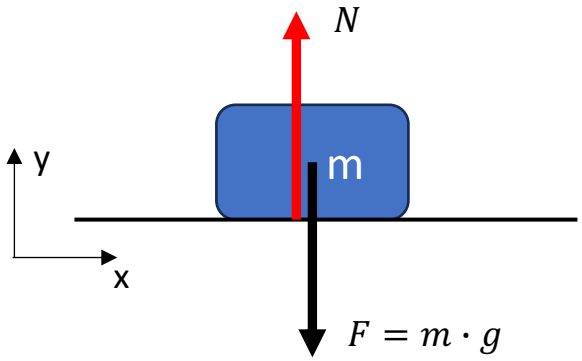
$$F = m \cdot g$$

$$[N] = \left[kg \cdot \frac{m}{s^2}\right]$$

*) g = jordens tyngdaccelleration (9.8 m/s^2)

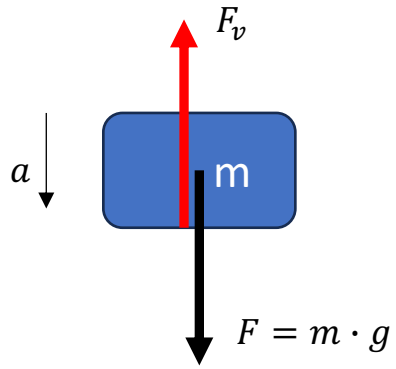
Kraftjämvikt vid translationsrörelse

För en stillastående massa är alltid kraftsumman noll. För en massa i rörelse är kraftsumman lika med massan gånger accellerationen (**F = ma**). Kraftsumman är således noll även för en massa i rörelse om dess hastighet är konstant (d v s noll accelleration).



Stillastående massa

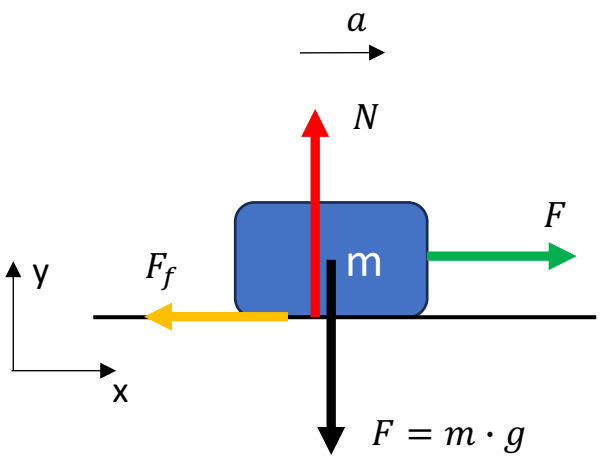
$\Sigma F_y = 0 :$ $\quad F - N = 0$



Fritt fallande massa

$\Sigma F_y = m \cdot a :$ $\quad F - F_v = m \cdot a$

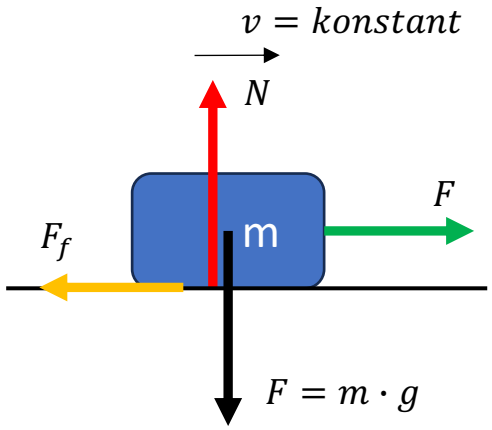
Not: Om F_v kan försummas faller alla föremål lika snabbt mot marken oberoende av massan.



Accellererande massa

$\Sigma F_y = 0 :$ $\quad F - N = 0$

$\Sigma F_x = m \cdot a :$ $\quad F - F_f = m \cdot a$



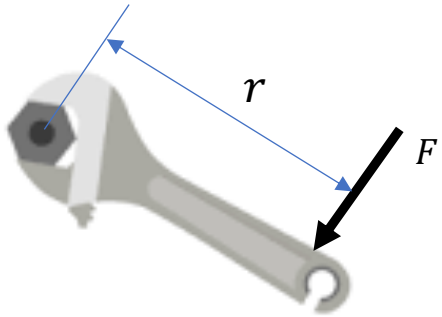
Massa i konstant hastighet

$\Sigma F_y = 0 :$ $\quad F - N = 0$

$\Sigma F_x = 0 :$ $\quad F - F_f = 0$

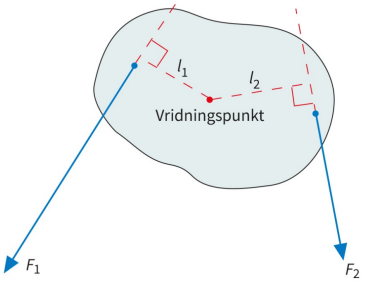
Vridmoment

Vridmoment är kraften gånger dess hävarm, d v s det vinkelräta avstånd till vridningspunkten. Om massan är stillastående är momentsumman noll.



$$M_v = F \cdot r$$

$$[Nm] = [N \cdot m]$$

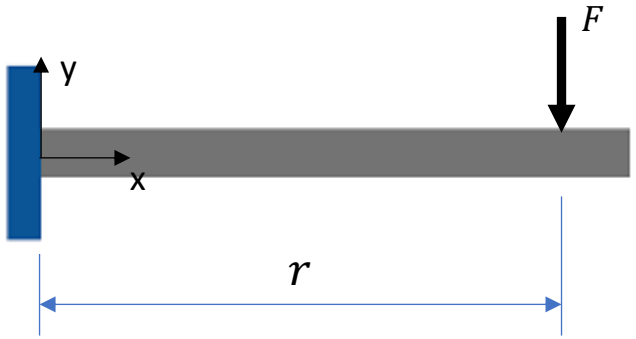


Stillastående massa

$$\Sigma M_v = 0: \qquad F_1 \cdot l_1 - F_2 \cdot l_2 = 0$$

Böjmoment

Böjmoment är i princip detsamma som vridmoment men verkar kring en annan axelriktning. För en balk brukar man ange vridmomentet kring balkens längdriktning (x) och böjmomentet kring dess tvärsriktningar (y och z).



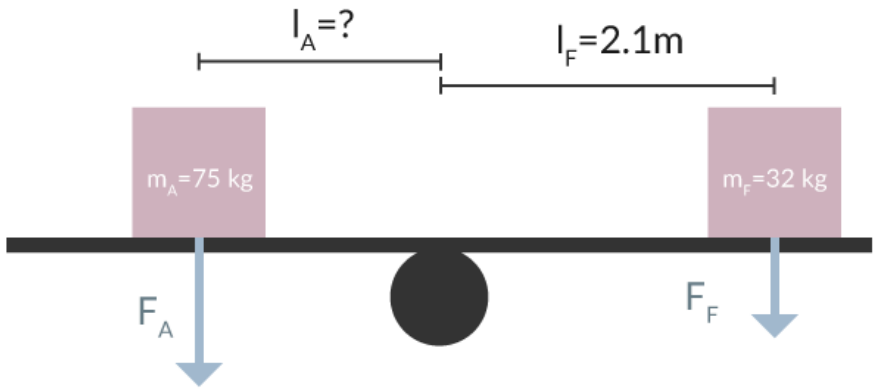
$$M_b = F \cdot r$$

$$[Nm] = [N \cdot m]$$

*) M_y och M_z verkar som böjmoment på balken.
M_x verkar som vridmoment på balken.
I figuren ovan är $M_b = M_z$

Momentjämvikt

En enkel gungbräda är ett bra exempel på momentjämvikt. För att gungbrädan ska hållas i balans krävs att momentsumman kring rotationspunkten är noll.

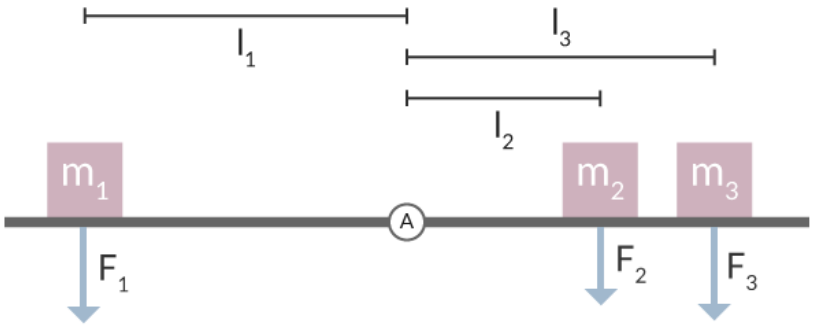


$$\Sigma M_v = 0: \qquad F_F \cdot l_F - F_A \cdot l_A = 0$$

$$l_A = \frac{F_F \cdot l_F}{F_A} = \frac{32g \cdot 2.1}{75g} = 0.90m$$

Momentjämvikt forts.

Tre personer sitter i jämvikt på en gungbräda. Person 1 sitter på vänstersidan, 1.4 meter från rotationspunkten med en massa på 65 kg. På högersidan sitter person 2 med ett avstånd på 0.9 meter från rotationspunkten. Bakom person 2 sitter person 3 med en massa på 36 kg med avståndet 1.2 meter från rotationspunkten. Vilken massa har person 2?



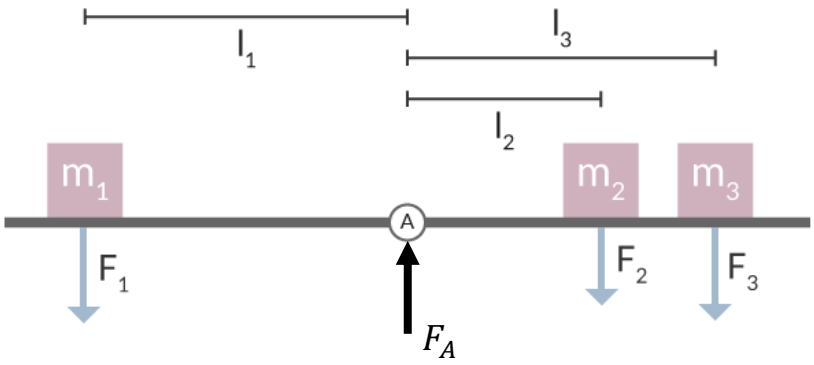
$$\Sigma M_A = 0: \qquad F_1 \cdot l_1 - F_2 \cdot l_2 - F_3 \cdot l_3 = 0$$

$$F_2 = \frac{F_1 \cdot l_1 - F_3 \cdot l_3}{l_2} = \frac{65g \cdot 1.4 - 36g \cdot 1.2}{0.9} = 53g$$

Svar: Person 2 väger 53 kg

Kraftjämvikt

Genom att utnyttja vetskapen om att kraftsumman = 0 i alla riktningar för ett stillastående föremål, kan vi enkelt beräkna den totala stödkraften i gungans centrumled.

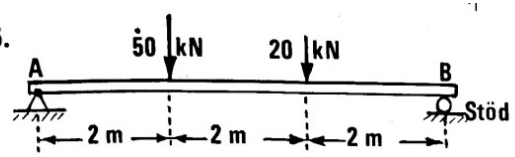


$$\Sigma F_y = 0: \qquad F_A - F_1 - F_2 - F_3 = 0$$

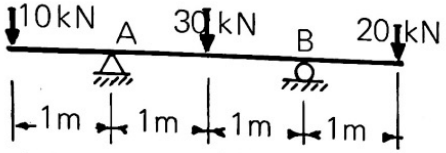
$$F_A = F_1 + F_2 + F_3 = 65g + 53g + 36g = 1510\ N$$

Bestäm reaktionskrafterna A och B vid balkstöden för dessa fritt upplagda balkar.

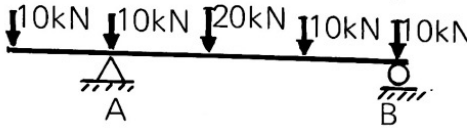
116.



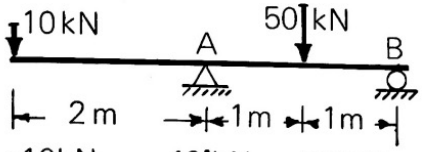
122.



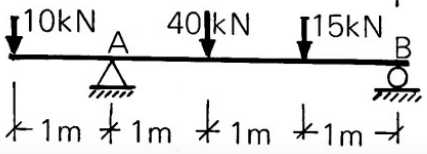
123.



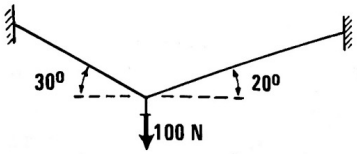
124.



125.

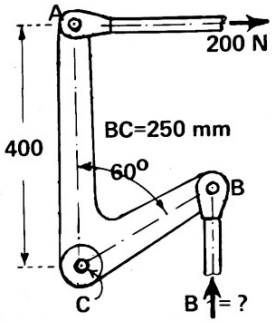


135. Kraften 100 N bärs upp av två linor, som bildar vinklarna 30^{o} och 20^{o} med vågplanet. Beräkna krafterna i linorna.

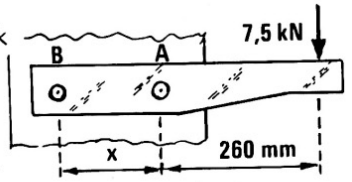


146.

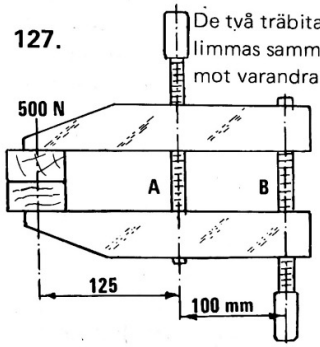
Vinkelhävarmen ACB är vridbart lagrad på axel vid C. Beräkna krafterna B och C om A är 200 N.



121. En konsolbalk skall bära lasten 7,5 kN. Balken fästs med två bultar på så sätt, att de utsätts för skjuvning. Den största skjuvkraft, som vardera bulten kan ta upp, är 25 kN. Bestäm minsta avstånd x mellan bultarna samt motsvarande krafter A och B utgörande skjuvkrafter på bultarna.



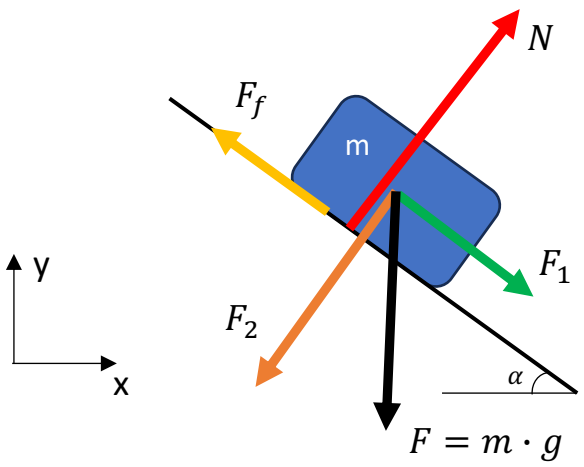
127. De två träbitarna, som skall limmas samman, trycks mot varandra med 500 N med hjälp av en skruvtving. Bestäm de vertikala krafterna i skruvarna A och B. Angiv arten drag- eller tryckkraft.



Friktionskraft och friktionskoefficient

Friktionskoefficient kan sägas vara ett mått på motståndet mellan två kontaktytor när de glider i förhållande till varandra. Denna definieras som friktionskraften dividerad med normalkraften och har ett värde mellan 0 och 1. För att ta reda på hur stor friktionskoefficient som krävs för att hindra glidning i exemplet nedan måste först krafterna beräknas genom att utnyttja kraftjämvikt.

$$\mu = \frac{F_f}{N}$$



$$F_1 = F \cdot \sin(\alpha)$$

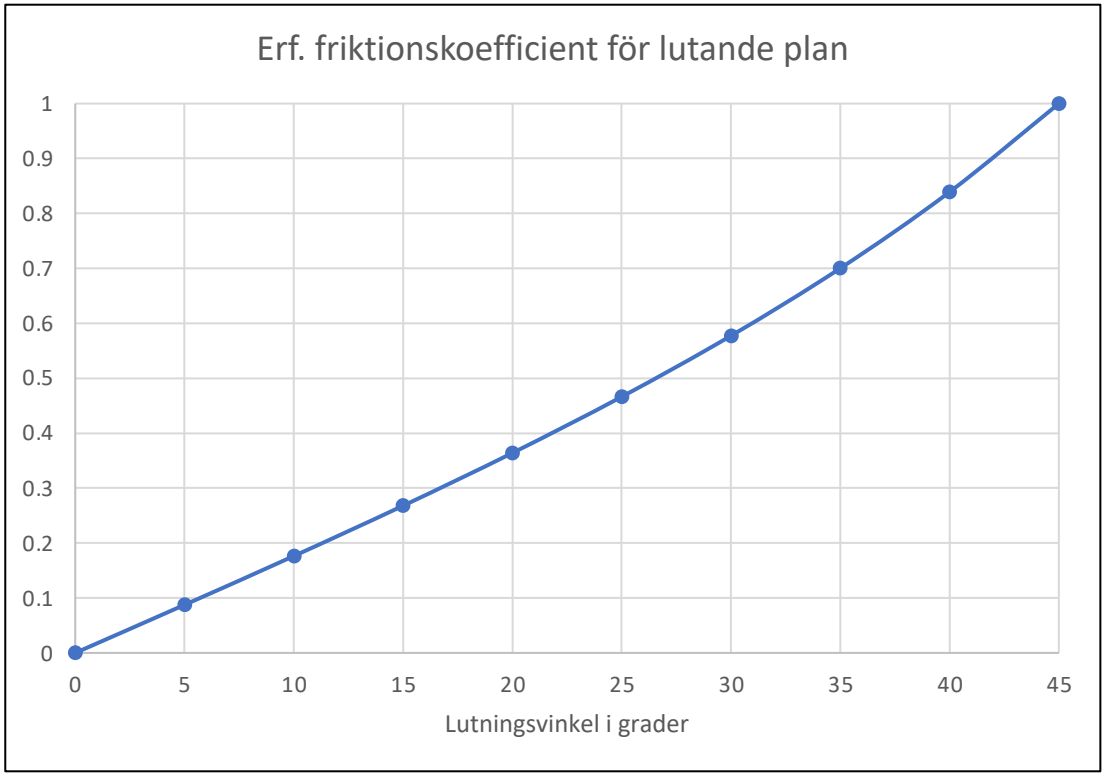
$$F_2 = F \cdot \cos(\alpha)$$

$\Sigma F_{x'} = 0$: $F_1 - F_f = 0 \quad \Rightarrow F_f = F \cdot \sin(\alpha)$

$\Sigma F_{y'} = 0$: $N - F_2 = 0 \quad \Rightarrow \; N = F \cdot \cos(\alpha)$

Friktionskoefficienten $\mu = \frac{F_f}{N} = \frac{F \cdot \sin(\alpha)}{F \cdot \cos(\alpha)} = \tan(\alpha)$

Ex. Om $\alpha = 30° \Rightarrow \quad \mu = \tan(30°) = 0.58$

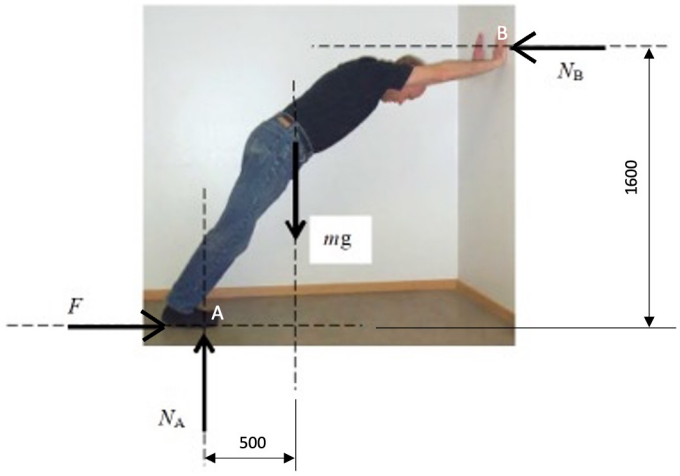

Erf. friktionskoefficient för lutande plan
1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
0
5
10
15
20
25
30
35
40
45
Lutningsvinkel i grader

Friktionskoefficient för några kontaktytor enligt KB sid 20

Material-kombination	Friktionstal μ			
	μ_{vila}		$\mu_{rörelse}$	
	torr yta	smord yta	torr yta	smord yta
stål mot stål	0,18	0,1	0,14	0,05
stål mot gjut-järn eller brons	0,2	0,1	0,16	0,05
metall mot trä	0,5	0,1	0,3	0,06
gummi mot trä eller metall	0,5	0,2	0,3	0,1
läder mot metall	0,6	0,25	0,25	0,12
asbest mot gjutjärn	0,5		0,35	

Exempel – Kraft- och momentjämvikt

Christian väger 80 kg. Han lutar sig mot en vägg enligt figuren nedan. Bestäm krafterna F, NA och NB samt vilken lägsta friktionsfaktor som kontakten mellan hans skor och golvet måste ha för att inte ska börja glida.



$$\Sigma M_A = 0: \qquad mg \cdot 500 - N_B \cdot 1600 = 0$$

$$N_B = \frac{80 \cdot 9.8 \cdot 500}{1600} = 245\ N$$

$$\Sigma F_x = 0: \qquad F - N_B = 0$$

$$F = 245\ N$$

$$\Sigma F_y = 0: \qquad N_A - mg = 0$$

$$N_A = 80 \cdot 9.8 = 784\ N$$

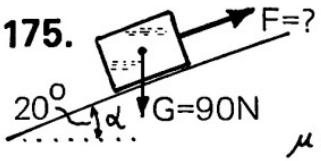
$$\mu = \frac{F}{N_A} = \frac{245}{784} = 0.31$$

172. En låda med tyngden G=500 N vilar på ett strävt lutande plan. Hur stor friktionskraft tas i anspråk, om lutningsvinkeln α är:
a) 3^o b) 7^o c) 12^o d) 20^o ?

173. En kropp på ett lutande plan börjar glida då lutningsvinkeln är 15^o. Hur stort är friktionstalet μ ?

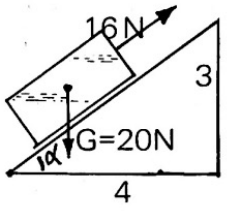
174. För en kropp på ett strävt lutande plan gäller friktionstalet $\mu = 0{,}2$. Vid vilken lutningsvinkel α börjar kroppen att glida utför planet?

175.



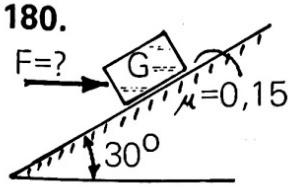
Hur stor kraft F behövs för att hindra kroppen att glida utför planet?
$\mu = 0{,}2$

178.



Det erfordras kraften 16 N för att med jämn hastighet dra en kropp med tyngden 20 N uppför ett lutande plan,vars lutning bestäms av katerna 4 och 3 enligt figur. Hur stort är friktionstalet μ ?

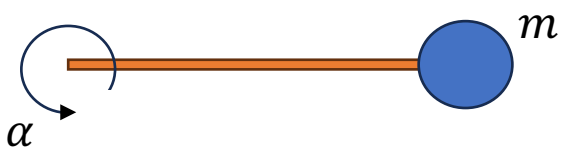
180.



Kraften F verkar horisontellt på kroppen G Vilket värde skall F ha för att kroppen skall glida: a) uppåt b) nedåt?

Kraftjämvikt vid rotationsrörelse (Överkurs)

Motsvarigheten till translationsrörelsens F = ma är för en massa i rotationsrörelse $\mathbf{M_v = J\alpha}$, där J är masströghetsmomentet och α är vinkelaccellerationen.



$$J = m \cdot r^2$$

$$M_v = J \cdot \alpha$$

$$[Nm] = \left[kg \cdot m^2 \cdot \frac{1}{s^2}\right]$$

*) Uttrycket för J ovan förutsätter att stångens massa är försumbar. För utbredda massor blir beräkningen av J mer komplex.

Svar till Övningsuppgifter

1. $x=1$ m
2. $x=1{,}2$ m
3. $x=1{,}5$m
4. $x=7/12$ m
5. a) 50N b) 65N c) 28N
6. a) 70N b) 10 N
7. 120 N
8. 40 N åt höger
9. 141 N
10. $R=50$N $36{,}9^{o}$
11. $F_x=50{,}4$ N $F_y=24{,}5$ N
12. $R=42{,}3$ N
13. a) 86,5 N b) 48,1 N
14. 105 N
15. $F_1=83$ N $F_2=62{,}4$ N
16. $\alpha=71{,}8^{o}$ $\beta=22{,}3^{o}$
17. $R_x=15{,}6$N $R_y=29{,}7$N $R=33{,}5$N $\alpha=62{,}3^{o}$
18. $R_x=50{,}2$N $R_y=30{,}4$N $R=58{,}6$N $\alpha=31{,}2^{o}$
19. $R_x=7{,}4$N $R_y=-15{,}2$N $R=16{,}9$N $\alpha=-64{,}1^{o}$
20. $R_x=17{,}3$N $R_y=-12$ N $R=21$ N $\alpha=-34{,}8^{o}$
21. R=80N uppåt, 5cm till höger om 30N
22. R=10N nedåt, 16cm till höger om 50N
23. $F_1=50$N uppåt AB = 2 cm
24. 12Nm, moturs
25. x = 0,4 m
26. F = 50 N
27. M = 30 Nm medurs
28. M = 28 Nm medurs
29. $M=0{,}866\cdot F\cdot a$ ”
30. M= 4Nm, moturs
31. R=2F, mitt emellan
32. R=F nedåt 4cm till höger om 2F
33. R=9N, nedåt, $\frac{5}{3}$m till höger om 2N
34. R=1 kN nedåt, sammanfallen med 2kN nedåt
35. R=35N, nedåt, 0,286m till vänster om 20 N.
36. $R_x=1$kN $R_y=-2$ $R=2{,}24$kN Avstånd från D är 4,47 cm
37. $R_x=-3$N $R_y=4$ N $R=5$N r=4,2 dm
38. $R_x=-36{,}5$N $R_y=0$ r=3,1 cm ovanför
39. $R_x=100$N $R_y=0$ r=1,39cm ovan CB
40. $R_x=59{,}3$N $R_y=15{,}9$N $R=61{,}4$N $\alpha=15^{o}$ r=4,47 dm medurs
41. $F_1=F$ riktning BA $F_2=1{,}41\cdot F$ ” CB $F_3=1{,}41\cdot F$ ” AC
42. $R_x=-20{,}7$ N $R_y=70{,}4$N R=73,4 r=8,07dm medurs
43. 2830N uppåt åt vänster 45°
44. 4000N rakt uppåt
45. 5660N uppåt åt vänster 45°
46. 3610N nedåt åt vänster 56,3°
47. 3160N nedåt åt höger 18,4°
48. 3160N nedåt åt vänster 71,6°
49. 1410N nedåt åt höger 45°
50. 4120N nedåt åt vänster 14°
51. 6080N nedåt åt höger 9,45°
52. 4120N uppåt åt höger 76°
53. 2830N nedåt åt höger 45°
54. 2000N åt höger
55. R=9kN 0,445 m till höger om 3kN
56. R=40N nedåt 1cm till höger om 10N
57. $x_o=y_o=10$ mm
58. $x_o=18$ $y_o=8$ mm
59. $x_o=10$ mm
60. $x_o=15$ $y_o=10$mm
61. $x_o=36{,}3$ mm
62. $x_o=19{,}7$ mm
63. $x_o=14$ mm
64. $x_o=y_o=10{,}86$mm
65. $x_o=y_o=16{,}7$ mm
66. $x_o=20{,}5$ mm $y_o=11$ mm
67. $x_o=8{,}17$ mm
68. $x_o=R/6$
69. $x_o=13{,}66$ mm
70. $x_o=17{,}2$ mm
71. $x_o=22{,}57$ mm
72. $x_o=32{,}5$ mm
73. $y_o=7{,}71$ mm
74. $x_o=11{,}73$ mm
75. $x_o=5{,}2$ mm
76. $x_o=y_o=2{,}22$mm
77. $x_o=13{,}13$ mm
78. $x_o=3{,}61$ mm
79. $x_o=2{,}14$ mm
80. $x_o=66$ mm $y_o=27{,}6$ mm
81. a) $x_o=R/14$ b) $x_o=-R/10$

98. $x_o=19{,}64$ mm
99. ytan = $L\cdot r\cdot\pi$
100. volymen $\frac{\pi r^2 h}{3}$
101. $2\cdot\pi^2 R\cdot r^2$
102. A=1,75 kN B=3,25 kN
103. A=4 B=3 kN
104. A = 5,18 kN B = 5,82 kN
105. A= 13,33 kN B= 6,66 kN
106. A = 5,33 kN B = 2,66 kN
107. A=25 B=15 kN
108. A=40 B= 30 kN
109. N = 867 N A=667 N
110. $F_1=150$ N
111. $F_2=4500$ N
112. $F_3=99000$ N
113. x =111,5 mm A=25 B=17,5kN
114. A=20 B=40 kN
115. A=40 B=20 kN
116. A=45 B=15 kN
117. A=45 B=20 kN
118. A=50 B=100 kN
119. A=1125 N drag B= 625 N tryck
120. 500 N
121. $A_x=-40$ kN $A_y=-10$ $B_y=10$
122. $A_x=20$ kN $A_y=40$ B=−20kN A=44,7 kN
123. $A_x=B=3600$ N $A_y=3000$ N A=4670 N
124. $A_x=160$ N $A_y=600$N B=160N
125. a) 0,7·G b) G c) 5,74·G
126. a) 2,34 kN b) 4,39kN c)8,64kN
127. 122,6N och 113 N
128. 1,875 kN
129. 0,5736·G
130. a) S=G b) $S=\frac{G}{2}$ c) $S=\frac{G}{4}$
131. B=0,424·G
132. a) B=C=G/2 uppåt b) B=C=0,7·G vinkelrätt planen. c) $B_x=G/2$ $B_y=G$ C=G/2 vågrätt
133. A=B_x=1,5 kN B_y = 6 kN
134. S= 14,14 kN $A_x=10$ kN $A_y=0$
135. A=B=0,64·G i radieriktning
136. A=0,866·G B=0,5·G
137. S=778N P_x=752N P_y=700N P=1030N
138. B=369N C=420N
139. A=25kN B=32,5 C=27,5kN D=27kN
140. A=3,2kN B=5,6 C=2,4kN D=1,6kN
141. $\alpha=51{,}3^{o}$
142. F=1290N A höjs något.
143. F= 185 N
144. S=7,76kN A_x=15 A_y=21kN A=25,8
145. A=A_x=4,08 kN A_y=0
146. 154,5 N kil-cyl. 149,3N cyl.-vägg 70N cyl.-botten
147. F=1400N A=1300
148. $A=\frac{1+\sin^2\alpha}{\cos\alpha}\cdot G$
149. K=228N T=114N N=940N
150. 772N tryck 746 N
151. AB=33,3 kNdrag BC=26,7 kN tryck
152. N=23,2kN tryck S=19,2kN drag
153. C=5,5kN vägrät
154. A_x=6kN A_y=−3 A = 6,7 kN
155. S=3,11kN A=3,11
156. A=B= 10,1 kN
157. a)26,2N b) 61 N c) 104N d) 171 N
158. $\mu=0{,}268$
159. $\alpha=11{,}3^{o}$
160. F=13,9 N
161. F = 0,37·G
162. $\alpha=2{,}15^{o}$
163. $\mu=0{,}25$
164. F= G·sin(α+ε)
165. a) F=0,796·G b) F=0,393·G
166. a) F=540N b) F=300N
167. a) F=260N b) F=20N
168. Kilvinkel $2\alpha=9{,}14^{o}$
169. F= 60 N
170. Friktionstalet = 0,3
171. G = 150 N
172. G = 270N
173. F·cosε =G·sinε ger: $F=\tan\varepsilon\cdot G=\mu\cdot G$