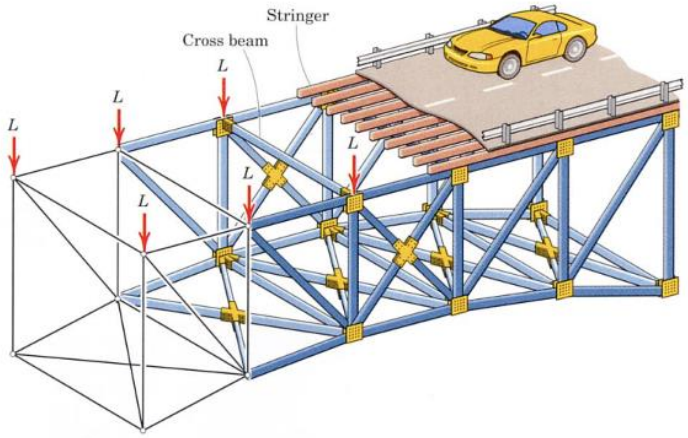
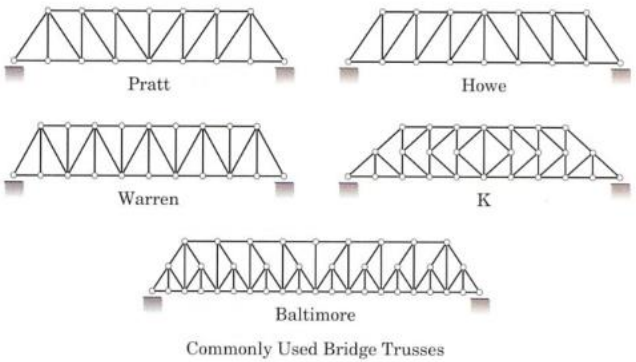
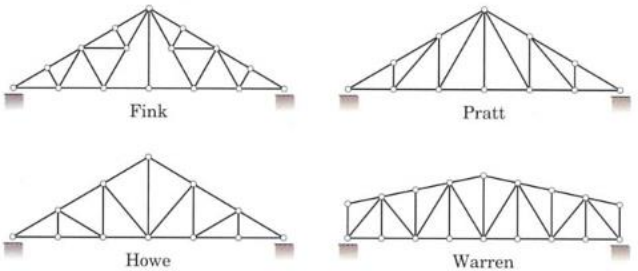
Fackverkskonstruktioner

Fackverk används bl a till vissa typer av broar, kranar och byggnadskonstruktioner. Syftet är ofta att spara vikt och material. Varje balk i en fackverkskonstruktion blir i huvudsak renodlat tryck- eller dragbelastad vilket bidrar till en mer kostnadseffektiv konstruktion jämfört med böjbelastade konstruktionselement.





Commonly Used Bridge Trusses



Commonly Used Roof Trusses

Dimensionering av fackverkskonstruktioner

För att kunna dimensionera en fackverkskonstruktion krävs att man har koll på krafterna i varje enskild balk. För komplexa konstruktioner kan det bli ett ganska tidsödande arbete varför man ofta tar hjälp av finita element program avsedda för balkberäkningar. Vi kommer dock i den här kursen att lära oss handräkna några enklare fackverk i två dimensioner.

I huvudsak används två metoder, knutpunktsmetoden och snittmetoden. Vilken man väljer är lite av en smaksak. Ibland kan den senare metoden gå snabbare än den första och man kan också blanda metoderna beroende på vad man är ute efter.

Knutpunktsmetoden

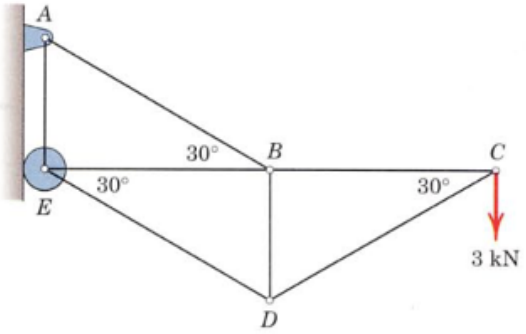
Knutpunktsmetoden går ut på att man frilägger punkt för punkt och använder Newtons lagar om kraftbalans i alla riktningar. Det kan underlätta om man funderar ut ordningsföljen för val av knutpunkter först. För varje vald knutpunkt kan upp till två balkkrafter beräknas.

Snittmetoden

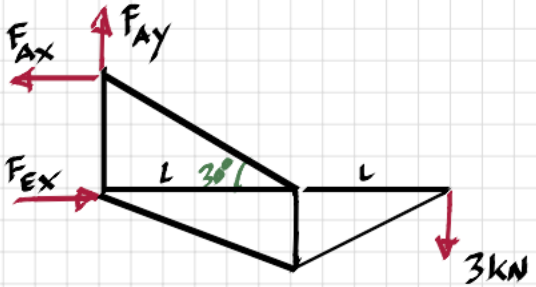
Snittmetoden går ut på att man frilägger en del av fackverket med hjälp av ett snitt genom maximalt tre balkar. Balkarnas krafter beräknas då fram genom att förutom kraftbalans även utnyttja momentbalans där samtliga knutpunkter anses momentfria.

Exempel - Knutpunktsmetoden

Beräkna kraften i fackverkets samtliga balkar nedan.



Reaktionskrafter

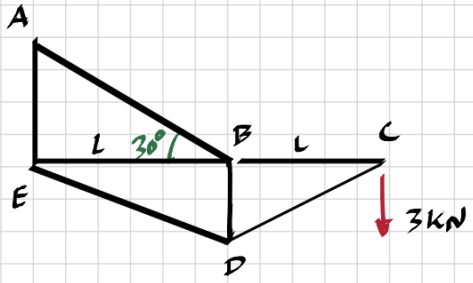


$\uparrow$: $F_{AY} = 3\ kN$

$\curvearrowleft E$: $F_{AX} \cdot L \cdot \tan 30° = 3 \cdot 2L \Rightarrow F_{AX} = \frac{3 \cdot 2}{\tan 30°} = 10.4\ kN$

$\rightarrow$: $F_{EX} = F_{AX} = 10.4\ kN$

Ordningsföljd



Punkt A $\Rightarrow F_{AB}, F_{AE}$

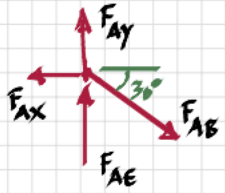
Punkt C $\Rightarrow F_{BC}, F_{CD}$

Punkt B $\Rightarrow F_{BE}, F_{BD}$

Punkt D $\Rightarrow F_{DE}$

Två okända balkkrafter kan beräknas från varje knutpunkt.

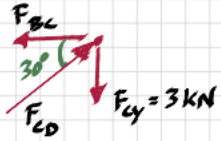
Punkt A:



$\rightarrow$: $F_{AB} \cdot \cos 30^\circ = F_{AX} \Rightarrow F_{AB} = \frac{10.4}{\cos 30^\circ} = 12.0\ kN$

$\uparrow$: $F_{AE} = F_{AB} \cdot \sin 30^\circ - F_{AY} = 12 \cdot 0.5 - 3 = 3\ kN$

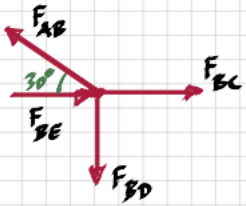
Punkt C:



$\uparrow$: $F_{CD} \cdot \sin 30^\circ = F_{CY} \Rightarrow F_{CD} = \frac{3}{\sin 30^\circ} = 6\ kN$

$\rightarrow$: $F_{BC} = F_{CD} \cdot \cos 30^\circ = 6 \cdot \cos 30^\circ = 5.2\ kN$

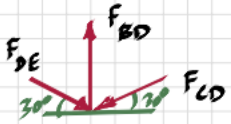
Punkt B:



$\uparrow$: $F_{BD} = F_{AB} \cdot \sin 30^\circ = 12 \cdot 0.5 = 6\ kN$

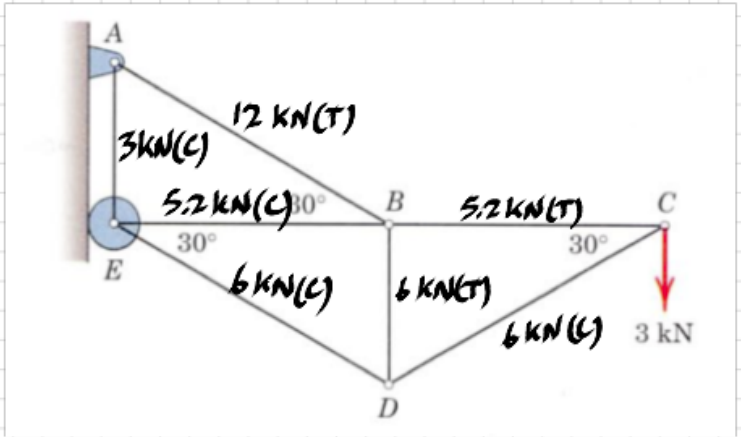
$\rightarrow$: $F_{BE} = F_{AB} \cdot \cos 30^\circ - F_{BC} = 12 \cdot \cos 30^\circ - 5.2 = 5.2\ kN$

Punkt D:



$\rightarrow$: $F_{DE} \cdot \cos 30^\circ = F_{CD} \cdot \cos 30^\circ \Rightarrow F_{DE} = F_{CD} = 6\ kN$

Summering

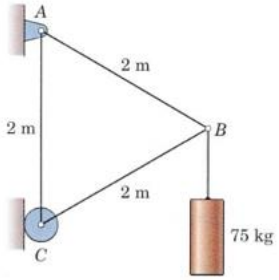


T = Tension

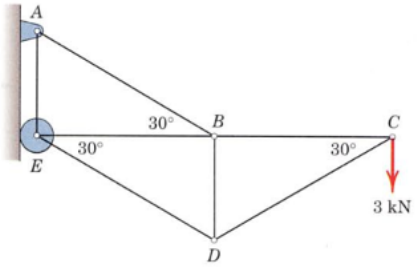
C = Compression

Övningsexempel

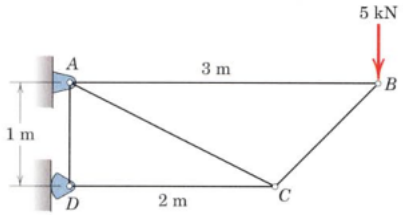
Beräkna kraften i varje balk i exemplen nedan. Bestäm också om det är drag- eller tryckkraft i respektive balk.



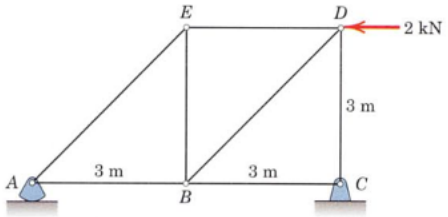
Problem 4/1



Problem 4/5



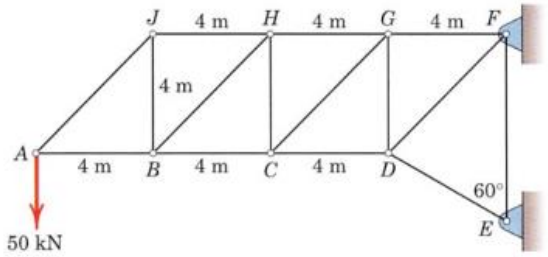
Problem 4/3



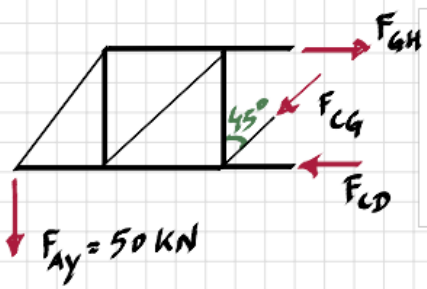
Problem 4/6

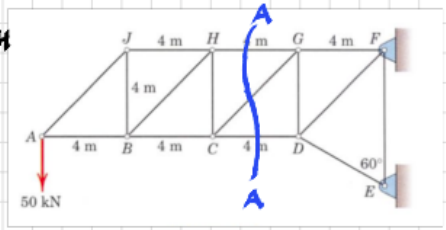
Exempel 1 - Snittmetoden

Beräkna kraften i balkarna GH och CG nedan.



Snitt A:



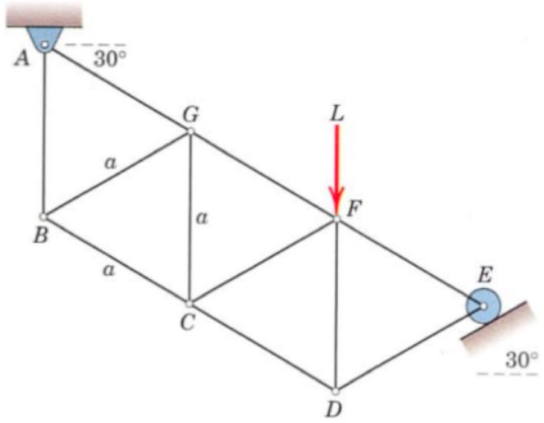


$\uparrow$: $F_{CG} \cdot \cos 45^\circ = F_{Ay} \Rightarrow F_{CG} = 50 \cdot \sqrt{2} = 70.7$ kN (C)

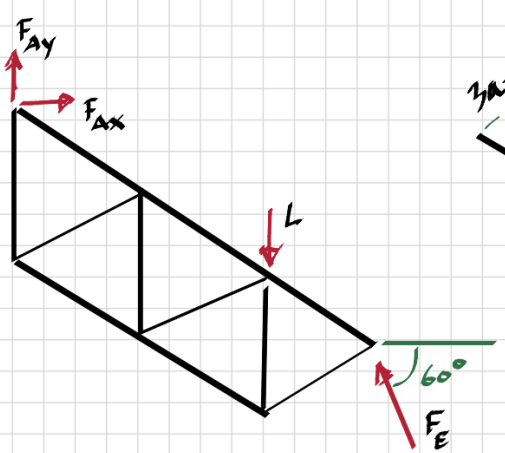
$\curvearrowleft A$: $F_{GH} \cdot 4 = F_{CG} \cdot \cos 45^\circ \cdot 8 \Rightarrow F_{GH} = \frac{50\sqrt{2} \cdot 8}{4\sqrt{2}} = 100$ kN (T)

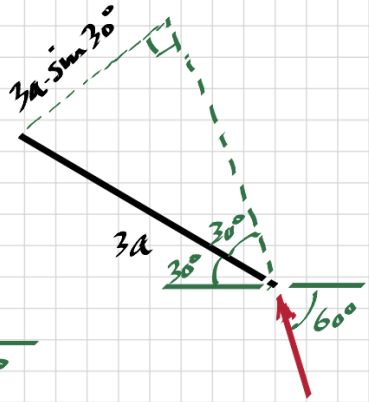
Exempel 2 - Snittmetoden

Beräkna kraften i balkarna BC och CG nedan.



Reaktionskrafter





$\uparrow$: $F_{Ay} + F_E \cdot \sin 60° = L$

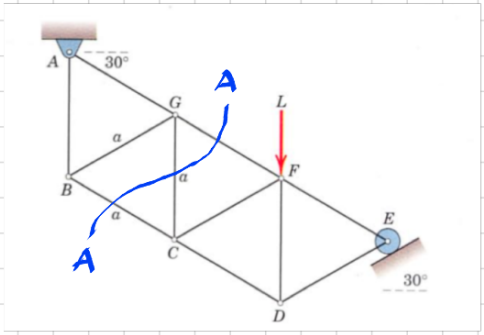
$\rightarrow$: $F_{Ax} = F_E \cdot \cos 60°$

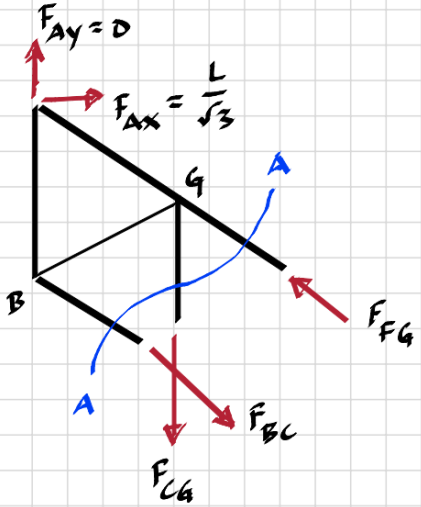
$\curvearrowleft_A$: $L \cdot 2a\cos 30° = F_E \cdot 3a \sin 30° \Rightarrow F_E = \dfrac{2L}{3\tan 30°} = \dfrac{2L}{\sqrt{3}}$

$F_{Ay} = L - \dfrac{2L}{\sqrt{3}} \cdot \sin 60° = L - \dfrac{2L}{\sqrt{3}} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 0$

$F_{Ax} = \dfrac{2L}{\sqrt{3}} \cdot \cos 60° = \dfrac{2L}{\sqrt{3}} \cdot \dfrac{1}{2} = \dfrac{L}{\sqrt{3}}$

Snitt A





$\circlearrowleft A$: $F_{BC} \cdot a\cos 30^\circ = F_{CG} \cdot a\cos 30^\circ \Rightarrow F_{BC} = F_{CG}$

$\uparrow$: $F_{BC} \cdot \sin 30^\circ + F_{CG} = F_{FG} \cdot \sin 30^\circ \Rightarrow$

$$F_{FG} = \frac{F_{BC}(1+\sin 30^\circ)}{\sin 30^\circ} = 3F_{BC}$$

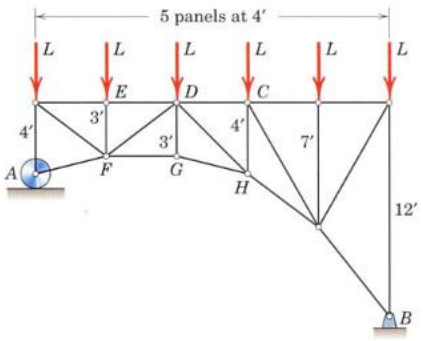
$\rightarrow$: $F_{BC} \cdot \cos 30^\circ = F_{FG} \cdot \cos 30^\circ - F_{AX} \Rightarrow$

$$F_{BC} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3F_{BC} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{L}{\sqrt{3}}$$

$$F_{BC}\sqrt{3} = \frac{L}{\sqrt{3}} \Rightarrow F_{BC} = F_{CG} = \frac{L}{3}\ (T)$$

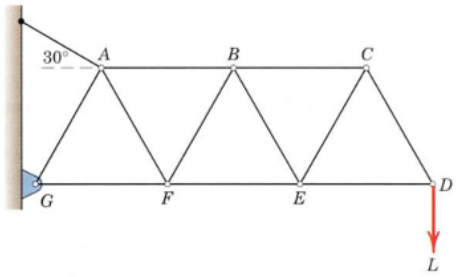
Övningsexempel

4/32. Beräkna kraften i balken DG.



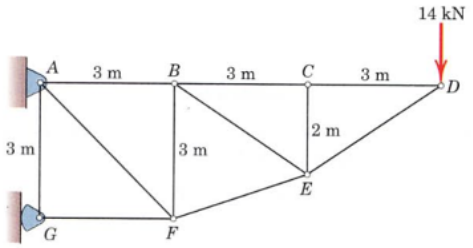
Problem 4/32

4/33. Beräkna kraften i balkarna BC, BE och BF.



Problem 4/33

4/35. Beräkna kraften i balkarna BC, BE och EF.



Problem 4/35

FACIT

4/1: AB = 736 N (T), BC = 736 N (C), AC = 368 N (T).
4/3: AB = 5 kN (T), BC = 7.1 kN (C), AC = 11.2 kN (T), CD = 15 kN (C), AD = 0
4/5: CD = 6 kN (C), BC = 5.2 kN (T), DE = 6 kN (C), BD = 6 kN (T), AB = 12 kN (T), BE = 5.2 kN (C), AE = 3 kN (C)
4/6: AE = 1.41 kN (C), AB = 1 kN (T), DE = 1kN (C), BE = 1 kN (T), BD = 1.41 kN (C), BC = 2 kN (T), CD = 1 kN (T)

4/32: DG = 1.0 L (T)
4/33: BL = 2L/√3 (T), BC = 2L/√3 (T), BF = 2L/√3 (C)
4/35: BC = 21 kN (T), BE = 8.4 kN (T), EF = 29.5 kN (C)